

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۱ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۳

۱- کدامیک از دستگاههای زیر خطی می باشند؟

$$\begin{cases} x_1' = t^2 x_1 + x_2 \\ x_2' = x_1 x_2 \end{cases} \quad .2$$

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \sin t \\ x_2' = x_1 + x_2 \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} x_1' = \frac{x_1}{x_2} \\ x_2' = x_1 \end{cases} \quad .4$$

$$\begin{cases} x_1' = x_1 \cos t + x_2 \tan t \\ x_2' = tx_1 + \frac{1}{t} x_2 \end{cases} \quad .3$$

۲- کدامیک از فضاهای زیر خطی نرمدار کامل است؟

۴. کوشی

۳. اقلیدسی

۲. باناخ

۱. هیلبرت

۳- این قضیه که: ((اگر F خانواده ای یکسان پیوسته از توابع کرانه باشد که در هر نقطه بازه ای چون I یکسان پیوسته است. در این صورت هر دنباله $\{f_n\}$ در F زیر دنباله ای دارد که روی هر زیر بازه فشرده I یکنواخت همگراست.)) چه نام دارد؟

۴. جی آسکولی

۳. کوشی - پناؤ

۲. لیپشیتز

۱. پیکار - لیندلوف

۴- اگر تابع u روی $[0, t]$ پیوسته و نامنفی باشد و در نامساوی

$$u(t) \leq (t^2 + t^3) + \int_0^t (4t^3 + 5t^2) u(t) dt$$

$$u(t) \leq (t^2 + t^3) + e^{4t^3 + 5t^2} \quad .2$$

$$u(t) \leq (t^2 + t^3) + e^{4t^3 + 5t^2} \quad .1$$

$$u(t) \leq (2t + 3t^2) e^{4t^3 + 5t^2} \quad .4$$

$$u(t) \leq (t^2 + t^3) e^{4t^3 + 5t^2} \quad .3$$

۵- اگر معادله دیفرانسیل $x' = Ax'' + vx' + ex = 0$ را به صورت $Ax'' + vx' + ex = 0$ بنویسیم؛ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & \frac{7}{3} \end{bmatrix} \quad .4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -\frac{7}{3} \end{bmatrix} \quad .3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{7}{3} & -2 \end{bmatrix} \quad .2$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -\frac{7}{3} \end{bmatrix} \quad .1$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۱ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۳

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۶- شرایط هوروتیز را در مورد چندجمله‌ای $\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4$ به چه صورت می‌توان تحويل نمود؟

$$a_1a_2a_3 - a_4^2 - a_1^2a_4 > 0 \quad .1$$

$$a_1, a_2 \geq 0, a_3 \leq 0 \quad .1$$

$$a_1, a_2 \geq 0, a_3 \leq 0 \quad .4$$

$$a_1a_2a_3 - a_4^2 - a_1^2a_4 < 0 \quad .3$$

۷- کدامیک از چندجمله‌ای‌های زیر پایدار می‌باشد؟

$$L(\lambda) = \lambda^4 + 4\lambda^3 + 2\lambda^2 + 6\lambda + 2 \quad .2$$

$$L(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda - 2 \quad .1$$

$$L(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^3 + \frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{3}{2} \quad .4$$

$$L(\lambda) = \lambda^4 + 5\lambda^3 + 9\lambda + 5 \quad .3$$

۸- با فرض منفی بودن تمام قسمتهای حقیقی ویژه - مقادیر A ؛ وقتی $t \rightarrow \infty$ جوابهای y' به $y' = Ay + f(t, y)$ صفر میل می‌کنند مشروط بر اینکه:

$$\alpha(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0 \quad \text{و} \quad \|f(t, x)\| = a(t)\|\chi\| \quad .2$$

$$\alpha(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0 \quad \text{و} \quad \|f(t, x)\| \leq a(t)\|\chi\| \quad .1$$

$$\alpha(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0 \quad \text{و} \quad \|f(t, x)\| \leq a(t)\|\chi\| \quad .4$$

$$\alpha(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0 \quad \text{و} \quad \|f(t, x)\| \leq a(t)\|\chi\| \quad .3$$

۹- اگر تمام جوابهای دستگاه $x' = Ax$ روی $[0, \infty)$ کراندار باشند، در چه صورت تمام جوابهای دستگاه $x' = (A + B(t))x$ ماتریس $n \times n$ پیوسته و A ماتریس $B(t)$ ثابت می‌باشند. روی $[0, +\infty)$ کراندار می‌باشد؟

$$\int_0^\infty \|B(t)\| dt < \infty \quad .2$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|B(t)\| = 0 \quad .1$$

$$B(t) \quad .4 \quad \text{ماتریس منفرد باشد.}$$

$$A \quad .3 \quad \text{ماتریس منفرد باشد.}$$

۱۰- اگر قسمت حقیقی هر یک از ویژه - مقادیر ماتریس ثابت (a_{ij}) منفی باشد، آنگاه تمام جوابهای معادله $x' = Ax$ چه نوع می‌باشند؟

۴. قویا پایدار

۳. پایدار

۲. کراندار

۱. مجانبا پایدار

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۱ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۳

-۱۱

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + x_2 \\ x'_2 = -x_1 + 3x_2 \end{cases} \quad \text{چه نوع است؟}$$

 نقطه بحرانی $(0, 0)$ دستگاه

۴. ناپایدار

۳. زینی

۲. مجانباً پایدار

۱. پایدار

-۱۲ - کدامیک از توابع زیر وابسته خطی می باشند؟

$$\sin \omega t, \sin vt \quad .2$$

$$e^t \cos t, e^t \sin t \quad .1$$

$$Lnt, t^2 + t^3 \quad .4$$

$$e^{vt-v}, e^{vt+v} \quad .3$$

 -۱۳ فرض می کنیم $a(t)$ روی $[0, +\infty)$ تابعی پیوسته - مشتقپذیر باشد، در اینصورت تحت چه شرطی تمام جوابهای $u'' + a(t)u = 0$ کراندارند؟

$$\int_0^{+\infty} a(t)dt < \infty \quad .2$$

$$a(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \quad \text{بطور یکنواخت}$$

$$\int_0^{+\infty} a(t)dt > 1 \quad .4$$

$$\int_0^{+\infty} a(t)dt < 1 \quad .3$$

 -۱۴ اگر توابع دلخواه $g(t)$ و $h(t)$ روی $[a, b]$ پیوسته باشند، آنگاه کدام رابطه برقرار است؟

$$\int_a^b g(s)h(s)ds \leq \left(\int_a^b g^r(s)ds \right)^{\frac{1}{r}} \left(\int_a^b h^r(s)ds \right)^{\frac{1}{r}} \quad .1$$

$$\int_a^b f(s)g(s)ds \geq \left(\int_a^b g^r(s)ds \right)^{\frac{1}{r}} \left(\int_a^b h^r(s)ds \right)^{\frac{1}{r}} \quad .2$$

$$\int_a^b g(s)h(s)ds = \left(\int_a^b g(s)ds \right) \left(\int_a^b h(s)ds \right) \quad .3$$

$$\int_a^b g(s)h(s)ds \leq \left(\int_a^b g(s)ds \right) \left(\int_a^b h(s)ds \right) \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۱ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۳

-۱۵- اگر $\|u\|$ و $\|u''\|$ کراندار باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$u'' \in L^r[0, +\infty] \quad .1$$

$\|u'\|$ کراندار است

$$u \in L^r[0, +\infty] \quad .1$$

$$u' \in L^r[0, +\infty] \quad .3$$

-۱۶- تابع $V(x_1, x_2, x_3) = x_1^r + (x_2 + x_3)^3$ چه نوع است؟

۴. نیمه معین منفی

۳. معین منفی

۲. نیمه معین مثبت

۱. معین مثبت

-۱۷- تابع $V(t, x_1, x_2) = x_1^r(1 + \sin^r t) + x_2^r(1 + \cos^r t)$ چه نوع است؟

۲. معین مثبت

۱. نیمه معین مثبت

۴. معین مثبت و کاهنده

۳. کاهنده

-۱۸- در مورد معادله $u'' + \frac{1}{t^r}u = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

۲. یک معادله غیر نوسانی است

۱. یک معادله غیر نوسانی است

۴. تمام جوابهای آن بی کران می باشند

۳. تمام جوابهای آن کراندار می باشند

-۱۹- اگر $u = \varphi(t)$ جوابی از معادله $u' + p(t)u + q(t)u^r = r(t)$ باشد. جواب دیگر به چه صورت است؟

$$u = \varphi(t) - \frac{1}{t} \quad .2$$

$$u = e^{\varphi(t)} \quad .1$$

$$u = \varphi(t) - \frac{1}{\psi(t)} \quad .4$$

$$u = t\varphi(t) \quad .3$$

-۲۰- رونسکی ۳ تابع $e^{5t}, t, 1$ کدام است؟

$$25e^{5t} \quad .4$$

$$te^{5t} \quad .3$$

$$5t \quad .2$$

$$e^{5t} \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۱ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۳

سوالات تشریحی

۱،۴۰ نمره - فرض کنید $0 \leq c \leq 1$ و u, v توابعی نامنفی و پیوسته روی $[t_., t.+a]$ باشند، اگر

$$u(t) \leq c + \int_{t.}^t u(s)v(s)ds \quad t \in [t., t.+a]$$

آنگاه ثابت کنید

$$u(t) \leq c \exp \left[\int_{t.}^t v(s)ds \right] \quad t \in [t., t.+a]$$

۱،۴۰ نمره - ثابت کنید یک شرط لازم و کافی برای اینکه جواب ماتریس $\phi'(t)$ از $\phi(t)$ یک ماتریس

$$\forall t \in (r_1, r_2) \quad w(t) \neq 0$$

۱،۴۰ نمره - ثابت کنید تمام جوابهای دستگاه $x' = A(t)x$ پایدارند اگر و تنها اگر کراندار باشند.

ماتریس $A(t)$ $n \times n$ و پیوسته بر $[0, +\infty)$ و x یک n -بردار است

۱،۴۰ نمره - اگر $\varepsilon > 0$ و به ازای هر t آنگاه نشان دهید که تمام جوابهای نابدیهی معادله

$$u'' + a(t)u = 0$$

۱،۴۰ نمره - اگر تابع معین مثبت اسکالاری چون $V(x)$ وجود داشته باشد که روی S_p داشته باشیم 0

آنگاه ثابت کنید؛ جواب صفر $f(x) = x'$ پایدار است.