

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (دبیری)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (کاربردی) (آنالیز عددی)، ریاضی (محض) (آنالیز)، ریاضی (محض) (جبر)، ریاضی (محض) (ارشد)، ریاضی (محض) (هندسه)، ریاضی (کاربردی) (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۰۴۰ -، ریاضیات و کاربردها، آمار) و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۱- کدام یک از ماتریس های زیر به فرم پلکانی تحویل یافته است؟

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 4 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot 3 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 2 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 1 \end{matrix}$$

۲- کدام گزینه نادرست است؟ یک دستگاه معادلات خطی همگن:

۱. همواره دارای جواب بدیهی صفر است.
۲. همواره بیش از یک جواب دارد.
۳. که تعداد متغیرهایش بیش از تعداد معادلات آن باشد دارای بیشمار جواب است.
۴. که تعداد متغیرهایش با تعداد معادلات آن برابر باشد زمانی دارای جواب غیربدیهی است که دترمینان ضرایب آن صفر باشد.

۳- کدام گزینه (با فرض انجام پذیر بودن عمل ها)، در مورد ماتریس ها درست است؟

۱. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
۲. اگر $AB = AC$ آنگاه $B = C$
۳. اگر $AB = O$ آنگاه $A = O$ یا $B = O$
۴. هرگاه $AB = BA$ آنگاه $(AB)^2 = A^2 B^2$

۴- کدام یک از ماتریس های زیر متقارن نیست؟

$$\begin{matrix} A^t & A^t - A & A^t A & AA^t \end{matrix}$$

۵- هرگاه $\begin{bmatrix} 2x & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار x برابر است با:

۱. ۲
۲. صفر
۳. ۱
۴. $\frac{1}{2}$

۶- هرگاه A ماتریسی 3×3 و $|A| = 2$ مقدار $|3A|$ برابر است با:

۱. ۶
۲. ۹
۳. ۲۷
۴. ۵۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (دبیری)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی (محض (آنالیز)، ریاضی (محض (جبر)، ریاضی (محض (ارشد)، ریاضی (محض (هندسه)، ریاضی (کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۰۴۰ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر $A^t = A$ آن گاه $|A| = \pm 1$.
۲. اگر $A^t = A^{-1}$ آن گاه $|A| = \pm 1$.

۳. اگر $I_n = AB$ آن گاه $|A| = \pm 1$.
۴. اگر $A = C^{-1}BC$ آن گاه $|A| = |B|$.

۸- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس تبدیل خطی T باشد، $T \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$.
۲. $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$.
۳. $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.
۴. $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$.

۹- تصویر نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ تحت دوران به اندازه $\frac{\pi}{2}$ حول مبدأ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.
۲. $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$.
۳. $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$.
۴. $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$.

۱۰- ماتریس عملگر انعکاس نسبت به محور X ها و مبنای استاندارد R^2 کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
۲. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.
۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
۴. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

۱۱- فرض کنید V فضای برداری متشکل از توابع با دامنه اعداد حقیقی باشد کدام یک از مجموعه های زیر یک زیر فضای V نیست؟

۱. زیر مجموعه متشکل از همه توابع f که در آن $f(0)=1$.
۲. زیر مجموعه متشکل از همه توابع f که در آن $f(0)=0$.
۳. زیر مجموعه همه توابع مشتق پذیر .
۴. زیر مجموعه همه توابع ثابت .

۱۲- فرض کنید $W = \{(a,b,c) | a,b,c \in R, a+b+c = 0\}$ بعد فضای W برابر است با:

۱. صفر .
۲. ۱ .
۳. ۲ .
۴. ۳ .

۱۳- تصویر بردار $v = (4, 6, 4)$ روی بردار $u = (1, 2, 3)$ کدام است؟

۱. $(2, 4, 6)$.
۲. $(4, 2, 6)$.
۳. $(4, 6, 4)$.
۴. $(1, 4, 2)$.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (دبیری)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (کاربردی) (آنالیز عددی)، ریاضی (محض) (آنالیز)، ریاضی (محض) (جبر)، ریاضی (محض) (ارشد)، ریاضی (محض) (هندسه)، ریاضی (کاربردی) (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۰۴۰ -)، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

-۱۴ حاصل ضرب مقادیر ویژه $A = \begin{bmatrix} -۴ & -۶ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ ، برابر است با:

۱. -۲۰ ۲. ۱ ۳. ۲ ۴. -۲

-۱۵ کدام گزینه نادرست است؟

- هر ماتریس در معادله مشخصه اش صدق می کند.
- اگر A یک ماتریس قطری باشد آن گاه مقادیر ویژه آن دقیقاً درایه های روی قطر اصلی هستند.
- جمله ثابت چند جمله ای مشخصه یک ماتریس برابر با دترمینان آن ماتریس است.
- مقادیر ویژه ماتریس های متشابه قرینه هم می باشند.

-۱۶ فرض کنید $BC = C^{-1}A$ در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

- A با B متشابه است
- $tr(A) = tr(B)$
- مقادیر ویژه A و B با هم برابرند.
- $|A| \neq |B|$

-۱۷ تبدیل $T: V \rightarrow U$ را در نظر می گیریم. هرگاه $\dim U = \dim V$ ، آن گاه کدام گزینه نادرست است؟

- $\dim(\ker T) = \dim(\text{range } T)$
- اگر T ، $1-1$ باشد، آن گاه T پوشا است.
- اگر T پوشا باشد، آن گاه T ، $1-1$ است.
- T ، $1-1$ است اگر و تنها اگر T پوشا باشد.

-۱۸ در تبدیل $T: R^2 \rightarrow R^3$ ، $T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + y \\ ۲x - y \\ x + ۳y \end{bmatrix}$ ، رتبه T برابر است با:

۱. صفر ۲. ۱ ۳. ۲ ۴. ۳

-۱۹ مختصات بردار $u = (4, 5)$ نسبت به پایه مرتب $B = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ کدام است؟

- $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (دبیری)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی (محض (آنالیز)، ریاضی (محض (جبر)، ریاضی (محض (ارشد)، ریاضی (محض (هندسه)، ریاضی (کاربردی (تحقیق در عملیات) (۱۱۱۱۰۴۰ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۲۰- در فضای برداری P_p ، نرم بردار $f(x) = x^2 + 1$ نسبت به ضرب $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ برابر است با:

$$\sqrt{\frac{15}{28}} \quad .4$$

$$\frac{15}{28} \quad .3$$

$$\sqrt{\frac{28}{15}} \quad .2$$

$$\frac{28}{15} \quad .1$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نامساوی کوشی شوارتز را بیان و ثابت کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- عملگر $T: R^2 \rightarrow R^2$ تعریف شده توسط ماتریس $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. تصویر مربع واحد را تحت این تبدیل بیابید و شکل آن را رسم کنید.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید که مجموعه ای شامل حداقل دو بردار در یک فضای برداری وابسته خطی است اگر و تنها اگر حداقل یک بردار آن را بر حسب دیگر بردارهای این مجموعه نوشت.

۱.۴۰ نمره

۴- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ را در نظر می گیریم. نشان دهید:

(الف) A قطری شدنی است.

(ب) ماتریس قطری D متشابه با A را بیابید.

(ج) تبدیل تشابهی را که A را قطری می سازد به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- هسته و برد تبدیل $T: R^3 \rightarrow R^2$ با قانون $T(x, y, z) = (x + y, z)$ را بیابید و نشان دهید که

$$\dim(\ker T) + \dim(\text{range } T) = 3$$