

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵ -

- عمل دوتایی * روی \mathbb{Z} را به صورت $a * b = 2(a+b)$ در نظر بگیرید. گزینه درست کدام است؟

۱. عمل دوتایی * شرکت پذیر است.

۲. عمل دوتایی * شرکت پذیر است اما جابجایی نیست.

۳. عمل دوتایی * شرکت پذیر نیست اما جابجایی است.

- عمل دوتایی * روی مجموعه $\{1\} - R$ را به صورت زیر تعریف کنید.

$$\forall x, y \in \{1\} - R \quad x * y = x + y - xy$$

کدام گزینه درمورد $\{1\} - R$ همراه با عمل * درست نیست؟

۱. $(R - \{1\}, *)$ یک گروه است.

۲. عضو همانی $R - \{1\}$ همراه با * است.

۳. * روی $\{1\} - R$ یک عمل دوتایی شرکت پذیر نیست.

$$x' = \frac{x}{x-1} \quad \text{معکوس هر عضو مانند } x \text{ است.}$$

- گروه G با عضو همانی e را در نظر بگیرید. فرض کنید $x \in G$ باشد. کدام گزینه در مورد گروه G برقرار نیست؟

۱. اگر $x^m = e$ باشد آنگاه n عدد m را تقسیم می کند.

۲. اگر $x^m = e$ آنگاه $(m, n) = 1$ است.

۳. اگر $x^m = e$ باشد آنگاه $n \leq m$ است.

۴. مرتبه هر توانی از x ، نیز برابر با n است.

- رتبه عنصر $\bar{5}$ در گروه $(\mathbb{Z}_5, +)$ کدام است؟

۱. ۴

۲. ۳

۳. ۲

۴. ۱

- مرکز گروه $GL(2, R)$ کدام است؟

$$\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \middle| a \neq 0 \right\}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \middle| a \neq 0 \right\}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \middle| a \in R \right\}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \middle| a \in R \right\}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

و شته تحصیلی / کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۶- فرض کنید m عدد صحیح و مثبت باشد. کدام گزینه در مورد گروه دوری $< x >^G$ از مرتبه n در حالت کلی برقرار نیست؟

۱. اگر $m \mid n$ آنگاه G دارای زیر گروهی از مرتبه m است.

۲. اگر $m \mid n$ آنگاه G دارای زیر گروه منحصر بفرد از مرتبه m است.

۳. $< x^{\frac{n}{m}} >$ گروهی از مرتبه m است.

۴. اگر G دارای زیر گروهی از مرتبه m باشد آنگاه $m \mid n$.

۷- کدام گزینه در مورد گروه $Z_p \times Z_q$ درست نیست؟

۱. $Z_p \times Z_q$ گروهی آبلی است.

۲. $Z_p \times Z_q$ با گروه K_{pq} یکریخت نیست.

۸- رتبه عضو $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4})$ در گروه $Z_9 \times Z_5$ کدام است؟

۱. ۶۰ ۲. ۳۰ ۳. ۱ ۴. ۷۲۰

۹- جایگشت $(13)(14)(25)$ را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه های زیر نمایش f به صورت حاصل ضرب ترانهش ها است؟

۱. $f = (13)(14)(25)$

۲. $f = (25)$

۳. $f = (14)(13)(25)$

۴. $f = (13)(14)$

۱۰- شاخص زیر گروه $5Z$ در گروه Z کدام است؟

۱. ۵ ۲. ۲

۳. این شاخص نامتناهی است.

۴. ۱

۱۱- گروه G و زیر گروه H از آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. اگر آنگاه $[G : H] = 2$.

۲. اگر آنگاه $[G : H] = 2$.

۳. شرط لازم و کافی برای نرمال بودن H این است که $[G : H] = 2$.

۴. اگر آبلی باشد، آنگاه $H \triangleleft G$.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷ -، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵ -

-۱۲ فرض کنید $G = Q_8$ و $H = \{I, -I\}$ با کدام یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

H .۴

Q_8 .۳

k_4 .۲

\mathbb{Z}_4 .۱

-۱۳ گروه آبی G از مرتبه ۱۵ و عدد اول $p = 5$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. G دارای زیرگروهی از مرتبه ۲ است.

۲. G تنها دارای دو زیرگروه بدیهی است.

۳. G دارای زیرگروهی از مرتبه ۵ است.

-۱۴ فرض کنید $\varphi: GL(\mathbb{C}, R) \rightarrow (R - \{0\})$ به صورت زیر تعریف شده باشد.

$$\varphi \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = ad - bc$$

آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. φ یک تکریختی است.

۲. φ یک همسانی است که نه یک به یک است و نه پوشایشی.

۳. φ یک یکریختی است.

-۱۵ فرض کنید G و H دو گروه و $\varphi: G \rightarrow H$ یک همسانی و $x \in G$ باشد. کدام گزینه در مورد $\varphi(x)$ درست است؟

۱. $\varphi(x) = 1$

۲. در مورد مرتبه $\varphi(x)$ نمی‌توان نظری داد.

۳. $\varphi(x) = n$

-۱۶ همیختی $\varphi: GL(\mathbb{C}, R) \rightarrow (R - \{0\})$ را با ضابطه $\varphi \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = ad - bc$ در نظر بگیرید. هسته φ کدام است؟

$$\left\{ \begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{bmatrix} \right\} .۴$$

$$SL(\mathbb{C}, R) .۳$$

$$GL(2, R) \setminus \{0\} .۲$$

$$GL(\mathbb{C}, R) .۱$$

-۱۷ عنصر a در حلقه $(\mathbb{Z}_n, \oplus, \odot)$ را در نظر بگیرید. a یکه است اگر و فقط اگر

۱. $a = 1$

۲. a مقسوم علیه صفر باشد.

۳. a عضو همانی باشد.

۴. a پوچتوان باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

- ۱۸- کدام یک از حلقه های زیر یک حوزه صحیح نیست؟

$$Z_{\epsilon}^{\cdot 4}$$

$$Z_{\mu}^{\cdot 3}$$

$$Z_{\gamma}^{\cdot 2}$$

$$Z^{\cdot 1}$$

- ۱۹- قلمرو صحیح R با عنصر یکه ۱ و ایده آل اول I از R را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

$$\frac{R}{I} \cdot ۲ \quad ۱+I \text{ عنصر یکه حلقه است.}$$

$$\frac{R}{I} \cdot ۱ \quad \text{حلقه تعویض پذیر است.}$$

$$\frac{R}{I} \cdot ۴ \quad \text{یک میدان است.}$$

$$\frac{R}{I} \cdot ۳ \quad \text{یک قلمرو صحیح است.}$$

- ۲۰- فرض کنید J, I ایده آل هایی از حلقه R به گونه ای باشند که $J \cap I = \{0\}$ و $J + I = R$. کدام گزینه درست است؟

$$R = \mathbb{0}^{\cdot 4}$$

$$R \cong J^{\cdot ۳}$$

$$R \cong I^{\cdot ۲}$$

$$R \cong J + I^{\cdot ۱}$$

سوالات تشریحی

۱۴۰ نمره - فرض کنید $G = \langle x \rangle$ گروهی دوری از مرتبه n باشد. ثابت کنید به ازای هر عدد صحیح و مثبت m ، گروه G دارای زیر گروهی از مرتبه m است اگر و تنها اگر m عدد n را تقسیم کند.

۱۴۰ نمره - الف) ضرب زیر را در S_1 بدست آورید.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 9 & 3 & 5 & 4 & 7 & 1 & 8 & 10 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 1 \end{pmatrix}$$

ب) حاصلضرب بالا را صورت حاصلضرب دورهایی از هم جدا بدست آورید. سپس آن را به صورت حاصلضربی از ترانهش ها بنویسید و زوج و فرد بودن آن را مشخص کنید.

۱۴۰ نمره - ثابت کنید رتبه هر عضو از یک گروه متناهی G ، مرتبه G را عاد می کند.

۱۴۰ نمره - نشان دهید که در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه هر ایده آل ماکزیمال یک ایده آل اول است.

۱۴۰ نمره - نشان دهید در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه چون R ، ایده آل I اول است اگر و تنها اگر $\frac{R}{I}$ یک حوزه صحیح باشد.