تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ — **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ — **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر۱۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب ساده ، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریس های زیر اکیدا قطر غالب است؟

۱. $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$

۲- تعریف ماتریس معین مثبت در کدام گزینه آمده است؟

۱. ماتریس مربعی A را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر X داشته باشیم $X^t AX \rangle 0$

۲. ماتریس متقارن A را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر X داشته باشیم $X^t AX \geq 0$

۳. ماتریس متقارن A را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر X داشته باشیم $X^t AX \rangle 0$

۴. ماتریس مربعی A را معین مثبت گوییم هرگاه برای هر بردار نا صفر X داشته باشیم $X^t AX \geq 0$

۳- فرض کنیم V فضای ماتریس های ۲×۲ حقیقی روی هیات R باشد . زیر فضاهای W_1 و W_2 را به صورت زیر تعریف می کنیم. زیر فضای $W_1 \cap W_2$ در کدام گزینه آمده است؟

$$W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix} . x, y, z \in R \right\} \text{ و } W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & -c \end{bmatrix} . a, b, c \in R \right\}$$

۱. $\left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix} . x, y, z \in R \right\}$ ۲. $\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & -z \end{bmatrix} . x, y, z \in R \right\}$

۳. $\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix} . x, y, z \in R \right\}$ ۴. $\left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} . x, z \in R \right\}$

۴- با توجه به زیر فضاهای W_1 و W_2، $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix} . x, y, z \in R \right\}$ $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & -c \end{bmatrix} . a, b, c \in R \right\}$ بعد(dim) $W_1 \cap W_2$ کدام است؟

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۴ ۴. ۱

۵- فرض کنیم W_1 و W_2 دو زیر فضا از فضای برداری V روی هیات F باشند . در این صورت :

۱. $W_1 \cap W_2$ نیز زیر فضایی از V است.

۲. $\dim(W_1 \cup W_2) = \dim V$

۳. $\dim W_2 \langle \dim V$

۴. $\dim(W_1 \cap W_2) = \dim W_1 - \dim W_2$

۶- فرض کنیم V فضای برداری تمام توابع از میدان حقیقی R به توی R باشد. کدام یک از گزینه ها زیر فضایی از V نیست؟

۱. $W = \{f : f(3) = 0\}$

۲. $W = \{f : f(7) = f(1)\}$

۳. $W = \{f : f(x) \geq 0\}$

۴. $W = \{f : f(-x) = -f(x)\}$

۷- اگر V و W فضاهای برداری روی هیات F و $T : V \to W$ تبدیل خطی باشد ، کدام گزینه درست است؟

۱. T یک به یک است اگر و تنها اگر $\ker T = \{0\}$

۲. اگر $T(0) \neq 0$ آنگاه T یک به یک است.

۳. بعد V بزرگتر از حاصلجمع پوچی T و رتبه T است.

۴. اگر $T(0) = 0$ آنگاه T یک به یک است.

۸- فرض کنیم ماتریس نمایش T به صورت زیر باشد ، کدام گزینه صحیح است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱. T وارون پذیر است.

۲. T پوشا است.

۳. T یک به یک است.

۴. رتبه T برابر ۴ است.

۹- اگر ماتریس نمایش T^{-1} به صورت زیر باشد ، تبدیل خطی $T : R^3 \to R^3$ کدام گزینه است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۱. $(x - 2y + 3z, y + z, 2z)$

۲. $(x - 2y, y + 3z, 2z)$

۳. $(x - 2y, y - 3z, 2z)$

۴. $(x - 2y + 3z, y, 2z)$

۱۰- اگر چند جمله ای مشخصه ماتریس A به صورت زیر باشد ، در مورد این ماتریس کدام گزینه صحیح است؟

$$p(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 3)^2$$

۱. A معکوسپذیر است.

۲. $\det(A) = 0$

۳. A ماتریس همانی است.

۴. A ماتریس قطری غالب است.

۱۱- برای محاسبه دترمینان ماتریس $A_{n\times n}$ کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

(A_{ij} ماتریس حاصل از حذف سطر i و ستون j در ماتریس A است.)

۱. $a_{11}\ldots a_{nn}$

۲. $\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+j} a_{kj} \det(A_{kj})$

۳. $A_{1j} + A_{2j} + \ldots + A_{nj}$ که در آن $1 \le j \le n$

۴. $A_{1j} A_{2j} \ldots A_{nj}$ که در آن $1 \le j \le n$

۱۲- فرض کنید V فضای برداری چند جمله ای ها با ضرب داخلی $\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ باشد. اگر $f(t) = t + 2$ و $g(t) = t^2 - 2t - 3$ ، حاصل $\langle f, g\rangle$ کدام است؟

۱. $\frac{37}{4}$

۲. $-\frac{37}{4}$

۳. $-\frac{30}{4}$

۴. $\frac{30}{4}$

۱۳- با فرض اینکه A ماتریس حقیقی n×n و X یک بردار در فضای R^n است، کدام گزینه نادرست است؟

۱. $\|A\|_1 = \max_{1\le j\le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|$

۲. $\|X\|_\infty = \max_{1\le i\le n} |x_i|$

۳. $\|X\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$

۴. $\|A\|_\infty = \max_{1\le j\le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|$

۱۴- ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 14 & 11 & 14 \\ 6 & 29 & 41 \end{bmatrix}$ را به روش دولیتل به حاصلضرب LU تجزیه می کنیم درایه l_{32} (مولفه سطر ۳ و ستون ۲ در ماتریس L) چند است؟

۱. -2

۲. 2

۳. 3

۴. 7

۱۵- تعداد ضربها در روش حذفی گاوس برای حل دستگاه معادلات خطی برابر است با؟

۱. $O(n^3)$

۲. $O(n^2)$

۳. $O(n^4)$

۴. $O(n)$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۶- کدامیک از نواحی زیر جز دوایر گرشگورین برای ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ می باشد.

۱. $R_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| \le 3\}$

۲. $R_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z-7| \le 2\}$

۳. $R_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z-3| \le 3\}$

۴. $R_4 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le 1\}$

۱۷- فرض کنیم ماتریس A ، n×n و چند جمله ای مشخصه آن $p(\lambda) = \lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \ldots + p_n$ باشد ، و همچنین $S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \ldots + \lambda_n^k$. با روش لوریير می خواهیم چندجمله ای مشخصه را بیابیم . p_1 از کدام فرمول بدست می آید؟

۱. $\frac{S_2 + S_1^2}{2}$

۲. $\frac{S_2 - S_1^2}{2}$

۳. $\frac{-S_2 - S_1^2}{2}$

۴. $\frac{-S_2 + S_1^2}{2}$

۱۸- اگر $p(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^2 - 1$ چند جمله ای مشخصه ماتریس A باشد . A^{-1} برابر کدام است؟

۱. $A^3 - 2A$

۲. $A^4 - 2A^2$

۳. $A^4 - I$

۴. $A^3 - 2I$

۱۹- هرگاه $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ باشد. پس از یک مرحله انجام روش تکراری ژاکوبی (برای تبدیل A به ماتریس سه قطری) کدام مولفه صفر می شود؟

۱. a_{12}

۲. a_{22}

۳. a_{31}

۴. a_{32}

۲۰- روش QR برای تبدیل یک ماتریس مربعی به ماتریسی ... است.

۱. سه قطری

۲. بالا مثلثی

۳. پایین مثلثی

۴. قطری

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید V فضای چند جمله ای ها با درجه کوچکتر یا مساوی۴ روی هیات اعداد حقیقی باشد. با فرض $B = \{p_0(x), \ldots, p_3(x)\}$ که $P_j(x) = 1 + x + \ldots + x^j$ ، نشان دهید مجموعهB یک پایه برای V می باشد. سپس چند جمله ای $x^3 - 2x^2 + 1$ را به صورت ترکیب خطی از اعضای این پایه بنویسید. ۱،۴۰ نمره

۲– فرض کنید $T: R^3 \to R^3$ تبدیل خطی باشد که توسط $T(x,y,z)=(x-y+2z, 2x+y, -x-2y+2z)$ تعریف شده است. kerT و ranT را بیابید. یک به یک و پوشا بودن T را بررسی کنید. آیا T وارونپذیر است. ۱،۴۰ نمره

۳– فرض کنید V فضای با ضرب داخلی و $B=\{\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n\}$ پایه متعامد یکه برای V باشد. نشان دهید برای هر α در V داریم $\alpha=\sum_{i=1}^{n}(\alpha|\alpha_i)\alpha_i$. ۱،۴۰ نمره

۴– ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ را به روش چولسکی به حاصلضرب LL^t تجزیه کنید. ۱،۴۰ نمره

۵– ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ را با استفاده از تبدیلات هاوس هلدر به یک ماتریس سه قطری متقارن تبدیل کنید. ۱،۴۰ نمره