

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۵۳ - ، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶)

۱- روی محور اعداد حقیقی رادرنظر بگیرید که از مبداء زمان شروع به حرکت کرده و در هر واحد زمان یک قدم به جلو یا یک قدم به عقب می رود. احتمال آنکه این متحرک پس از ۸ قدم در نقطه ۶ قرار بگیرد چیست؟

۱. $\frac{1}{32}$ ۲. $\frac{1}{23}$ ۳. صفر ۴. ۱

۲- اگر A_1, A_2, \dots یک دنباله از پیشامدها باشند بطوریکه بازای هر $n \geq 1$ داشته باشیم $A_n = (-\infty, n]$ کدام مورد درباره A_n ها صحیح است؟

۱. $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = R$ ۲. پیشامدهای دوه دونا سازگارند.

۳. پیشامدهای صعودی اند. ۴. پیشامدهای نزولی اند.

۳- اگر بازای هر n ، $E_n = \{a - \frac{1}{n} < X \leq a\}$ و تابع توزیع X در نقطه a پیوسته باشد مقدار $P(\bigcup E_n)$ چیست؟

۱. نامشخص ۲. ۱ ۳. صفر ۴. ۰/۵

۴- در توزیع $P(X = k) = \binom{1}{3}^k$ ، $k = 1, 2, \dots$ مقدار $E(X^3)$ چیست؟

۱. $\frac{13}{4}$ ۲. ۲۱ ۳. $\frac{31}{4}$ ۴. ۱۲

۵- اگر A و B دو پیشامد دلخواه باشند تحت چه شرطی I_B و I_A مستقلند؟

۱. $B \subset A$ ۲. $A \subset B$ ۳. A و B ناسازگار باشند. ۴. A و B مستقل باشند.

۶- فرض کنید X, Y دارای توزیع یکنواخت بر مجموعه زیر باشند؟

$$\{(x, y) \mid 0 \leq x < y \leq 1\}$$

به عبارت دیگر $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$ در این صورت، مقدار ضریب همبستگی بین X, Y

چقدر است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{1}{4}$ ۳. $\frac{1}{8}$ ۴. $\frac{1}{16}$

۷- اگر X دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱ و $Y \mid X = x$ دارای توزیع پواسن با پارامتر x باشند واریانس Y کدام است؟

۱. ۲ ۲. ۴ ۳. ۱ ۴. ۳



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶

۸- در زنجیر ارنفست ساده با ۵ مهره، اگر X دارای توزیع یکنواخت برفضای حالت زنجیر باشد امید ریاضی آن چیست؟

۱. $2/5$ ۲. $5/2$ ۳. 2 ۴. 5

۹- در فرآیند قدم زدن تصادفی با فرض $p = \frac{1}{4}$ ، $P(X_2 = 2)$ چیست؟

۱. نامشخص ۲. $\frac{1}{16}$ ۳. $\frac{1}{15}$ ۴. $\frac{1}{51}$

۱۰- زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با شرط $p \neq q$ است.

۱. تحویلناپذیر و بازگشتی است. ۲. تحویلناپذیر و گذرا است.
۳. فقط تحویلناپذیر است. ۴. فقط بازگشتی است.

۱۱- در مسئله ورشکستگی قمار با فرض $p = \frac{3}{5}$ ، $a = 3$ احتمال ورشکستگی شخص A چقدر است؟

۱. $\frac{8}{27}$ ۲. $\frac{19}{27}$ ۳. 1 ۴. صفر

۱۲- زنجیر زاد و مرگی را با $x > 0, r_x = 0, q_x \equiv q = 1 - p, p_x \equiv p > 0$ در نظر بگیرید. شرط بازگشتی بودن آن چیست؟

۱. $q > p$ ۲. $q \leq p$ ۳. $q \geq p$ ۴. $q = p$

۱۳- در زنجیر تحویل ناپذیر و بازگشتی به ازای هر X, Y ، $\lim_{n \rightarrow \infty} E_x \left(\frac{N_n(y)}{n} \right)$ برابر است با:

۱. m_x ۲. 0 ۳. $\frac{1}{m_y}$ ۴. m_y

۱۴- در زنجیر تحویلناپذیر و بازگشتی مثبت $\{X_n, n \geq 0\}$ اگر بازای x متعلق به فضای حالت $\pi(x) = \frac{16}{19}$ باشد. مقدار m_x چیست؟

۱. 1 ۲. $\frac{16}{19}$ ۳. $\frac{19}{16}$ ۴. 2

۱۵- توزیع مانای زنجیر ارنفست ساده چه نام دارد؟

۱. دوجمله ای ۲. هندسی ۳. یکنواخت ۴. وجود ندارد

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۵۳ - ، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶)

۱۶- توزیع مانادرفرآیند شاخه ای چه نام دارد؟

۰۱. دو جمله ای ۰۲. هندسی ۰۳. یکنواخت ۰۴. وجود ندارد

۱۷- زنجیرمارکف زمان پیوسته تحت چه شرطی دارای ویژگی مارکف است؟

۰۱. زمانهای توقف دارای توزیع دو جمله ای باشد.
۰۲. زمانهای توقف دارای توزیع نمایی باشد.
۰۳. همواره ویژگی مارکف دارد.
۰۴. زمانهای توقف دارای توزیع یکنواخت باشد.

۱۸- کدام ویژگی از ویژگیهای پارامترهای بینهایت کوچک (q_{xy}) نیست؟

۰۱. $q_{xx} \leq 0$ ۰۲. $\sum_y q_{xy} = 0$ ۰۳. $q_{xy} \geq 0$ ۰۴. $q_{xy} \geq 0, x \neq y$

۱۹- هر فرآیند پواسن یک فرآیند است؟

۰۱. زایشی محض ۰۲. مرگ محض
۰۳. مرگ محض با نرخ ثابت ۰۴. زایشی محض با نرخ ثابت

۲۰- کدام فرآیند زیر زمان پیوسته است؟

۰۱. ارزفست ساده ۰۲. فرآیند پواسن
۰۳. ارزفست تعدیل یافته ۰۴. فرآیند قدم زدن تصادفی

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- فرض کنید فرآیند $\{N(t), t \geq 0\}$ فرآیند پواسنی با پارامتر $\lambda > 0$ باشد. تابع میانگین و کوواریانس فرآیند $\{X(t), t \geq 0\}$ را بیابید.
 $X(t) = N(t+1) - N(t)$

نمره ۱.۷۵

۲- مسئله ورشکستگی قمارباز را بیان و در حالت $p \neq q$ احتمال ورشکستگی شخص A را بدست آورید.

نمره ۱.۷۵

۳- اگر تابع احتمال تعداد نوزدان هر فرد (\mathcal{E}) در فرآیند شاخه ای به صورت زیر باشد احتمال انقراض را بدست آورید.
 $P(\mathcal{E} = 0) = 2P(\mathcal{E} = 3) = 4P(\mathcal{E} = 1) = 4P(\mathcal{E} = 2)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۵۳ - ، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶)

۱۰۷۵ نمره

۴- اگر زنجیر مارکف زمان پیوسته با فضای حالت $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ ، به ازای $x \neq y$

$$q_{xy} = \begin{cases} \lambda & y = x + 1 \\ \mu & y = 0 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad (x \neq 0).$$

پیشرو کولموگوروف را یافته

و توزیع مانای آن را بیابید؟