

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی

رشته تحصیلی/ گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۲۶

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام تعريف درباره آهنگ خدمت دهی درست است؟

۱. میانگین تعداد مشتریانی که در واحد زمان از یک خدمت کننده خدمت دریافت می‌کنند.
۲. میانگین تعداد مشتریانی که در واحد زمان از سیستم خارج می‌شوند.
۳. مجموع تعداد مشتریانی که از یک خدمت کننده خدمت دریافت می‌کنند.
۴. مجموع تعداد مشتریانی که از سیستم خارج می‌شوند.

۲- کدامیک از عبارات زیر تعريف بهتری از نظم SIRO ارائه می‌دهد؟

۱. کسی که زودتر وارد سیستم شده و جلوتر از همه در صفت قرار گرفته باشد، زودتر انتخاب می‌شود.
۲. کسی که زودتر وارد سیستم شده و جلوتر از همه در صفت قرار گرفته باشد، دیرتر انتخاب می‌شود.
۳. به محض ورود به سیستم ارائه خدمت به مشتری آغاز می‌گردد.
۴. پایه انتخاب مشتری بصورت تصادفی می‌باشد.

۳- سیستم M/D/3 دارای کدام ویژگی زیر می‌باشد؟

۱. فواصل زمانی مراجعات دارای توزیع نمایی است.
۲. توزیع مدت زمان خدمت دهی سیستم دارای توزیع نمایی است.
۳. نظم سیستم بر اساس LIFO است.
۴. ظرفیت سیستم K است.

۴- اگر در یک سیستم صفت تعداد مشتری‌هایی که بین لحظه صفر تا t مراجعته می‌کنند را با N(t) و زمان ورود مشتری nام را با S_n بیان کنیم. کدام عبارت درست است؟

$$p(N(t) = n) = P(s_n \leq t) - P(s_{n+1} \leq t) \quad .\ ۲ \qquad \qquad p(N(t) \leq n) = P(s_n \leq t) \quad .\ ۱$$

$$p(N(t) = n) = P(s_n \leq t) \quad .\ ۴ \qquad \qquad p(N(t) = n) = P(s_n \leq t) - P(s_{n+1} \geq t) \quad .\ ۳$$

۵- کدام گزینه تعريف درستی از فضای نمونه ارائه می‌دهد؟

۱. مجموعه نتیجه‌هایی که می‌توان از یک آزمایش انتظار داشت.
۲. به هر عنصر از فضای جواب مساله گویند.
۳. هر زیرمجموعه از فضای مساله را گویند.
۴. هر زیرمجموعه از یک پیشامد در مساله را نامند.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل های احتمالی

رشته تحصیلی/ گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۰۲۶

۶- کدام اصل زیر در مورد احتمال وقوع یک پیشامد E در فضای نمونه S نادرست است؟

$$0 \leq p(E) \leq 1 \quad .1$$

$$p(S) = 1 \quad .2$$

۳. چنانچه E_1 و E_2 دو پیشامد فضای S باشد آنگاه: $E_1 \cup E_2 = p(E_1) + p(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$$p(E) = P(s) - P(E) \quad .4$$

۷- اگر $E(x) = 2$ ، $E(xy) = 12$ باشد، $\text{cov}(x, y) = 3$ کدام است؟

۶. ۴

۱۸. ۳

۶. ۲

۱۸. ۱

۸- فرض کنید سه سکه را پرتاپ می کنیم، احتمال آمدن دو شیر در سه پرتاپ کدام است؟ (با اطلاع از اینکه نتیجه اول پرتاپ شیر بوده است).

۱. ۱

۰. ۷۵

۰. ۲

۹- تعداد آنهایی را که در دومین ساعت وارد می شوند با Y نشان دهیم. با فرض اینکه دو متغیر تصادفی دارای پواسون با پارامترهای λ_1 و λ_2 هستند،تابع توزیع X با آگاهی از اینکه $X+Y=n$ است، چه خواهد بود؟۱. توزیع دوجمله ای با پارامترهای n و $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}$ ۲. توزیع نمایی با پارامترهای n و $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}$ ۳. توزیع دوجمله ای با پارامترهای n و $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ۴. توزیع نمایی با پارامترهای n و $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ۱۰- دو متغیر تصادفی x و y را که تابع چگالی آنها به شرح زیر است در نظر بگیرید. امید شرطی $E(x|Y=y)$ کدام است؟

$$\begin{cases} 4y(x-y)e^{-(x+y)} & 0 < x < \infty, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

۱. ۱

۰. ۳

۰. ۲

۰. ۴

۱۱- تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی y با توزیع نمایی و پارامتر $\lambda = 2$ کدام است؟

۰. ۴

۰. ۳

۰. ۲

۰. ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۰۲۶

-۱۲

اگر جمله عمومی یک سری بصورت $a_n = \frac{(\frac{1}{2})^n}{n!}$ باشد. مجموع جملات آن کدام است؟

$e^{\frac{1}{2}}$. ۴

e^2 . ۳

$e^{\frac{1}{3}}$. ۲

e^3 . ۱

-۱۳ - اگر X دارای توزیع هندسی باشد. تبدیل آن در نقطه $Z=1$ کدام است؟

$\frac{q}{1-p}$. ۴

$\frac{p}{1-q}$. ۳

$\frac{q}{p-1}$. ۲

$\frac{p}{q-1}$. ۱

-۱۴ فرض کنید مدت زمانی که یک مشتری در داخل سیستم می‌گذراند، توزیع نمایی با میانگین ۴۰ دقیقه می‌باشد، احتمال اینکه مشتری حداقل یک ساعت در سیستم باشد، در حالیکه می‌دانیم تا این لحظه حداقل ۳۰ دقیقه را در سیستم گذرانده است چقدر است؟

$e^{-\frac{3}{4}}$. ۴

$e^{-\frac{3}{2}}$. ۳

$e^{-\frac{1}{4}}$. ۲

e^{-3} . ۱

-۱۵ - متغیر تصادفی نمایی، چه توزیعی دارد؟

۴. توزیع نمایی

۳. توزیع ارلنگ

۲. توزیع پواسون

۱. توزیع نرمال

-۱۶ - کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد توزیع نمایی درست نیست؟

۱. خاصیت بدون حافظه بودن

۲. تابع چگالی آن نزولی می‌باشد.

۳. مهمترین خاصیت توزیع نمایی آن است که گذشته آن در آینده‌اش موثر است.

۴. یک متغیر تصادفی با توزیع نمایی مقادیر کوچک را با احتمال زیاد و مقادیر بزرگتر را با احتمال کمتر انتخاب می‌کند.

-۱۷ - کدام گزینه نشان دهنده تفاوت بین توزیع پواسون و فرایнд پواسون می‌باشد؟

۱. در فرایند پواسون خاصیت رشد مستقل و در توزیع پواسون خاصیت رشد ثابت وجود دارد.

۲. در توزیع پواسون تنها پارامتر زمان مطرح است.

۳. در فرایند پواسون علاوه بر پارامتر λ ، زمان نیز مطرح می‌باشد.

۴. فرایند پواسون قابل تبدیل به توزیع پواسون و بالعکس نمی‌باشد.

-۱۸ - مشتریهای بانک براساس فرایند پواسون مراجعه می‌کنند در هر ساعت، بطور متوسط ۵ نفر مشتری وارد می‌شوند.

احتمال اینکه بین ورود ششمین و هفتمین مشتری وقفه‌ای حداقل برابر دو ساعت پیش بیاید، چقدر است؟

e^{-5} . ۴

$e^{-2.5}$. ۳

e^{-10} . ۲

e^{-2} . ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی

رشته تحصیلی/گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۰۲۶

- ۱۹ تعداد مشتری‌هایی که به یک سیستم صفت مراجعه می‌کنند، بصورت توزیع پواسون با میانگین دو مشتری در ساعت است. اگر در چهار ساعت اول دو مشتری مراجعه کرده باشند، احتمال اینکه هر دو مشتری در ساعت اول آمده باشند، چقدر است؟

۴ . ۴

$$\frac{1}{16} \cdot ۳$$

$$\frac{1}{4} \cdot ۲$$

$$\frac{1}{2} \cdot ۱$$

- ۲۰ مدت زمان خدمت در یک سیستم صفت با یک خدمت دهنده، نمایی با میانگین ۲۰ دقیقه است. یک مشتری در صفت منتظر و خدمت دهنده مشغول ارائه خدمت به مشتری دیگری است. احتمال اینکه مشتری مورد نظر در صفت بیش از یک ساعت دیگر در سیستم بماند، چقدر است؟

 $3e^{-2} \cdot ۴$ $4e^{-3} \cdot ۳$ $4e^{-2} \cdot ۲$ $3e^{-3} \cdot ۱$

- ۲۱ ماتریس گذار یک زنجیره مارکوف به شرح زیر باشد. احتمال اینکه سیستم از حالت ۲ شروع و پس از ۲ مرحله به حالت ۲ بررسد کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 & 0 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.75 & 0.25 \end{bmatrix}$$

۰،۵۶۲۵ . ۴

۰،۵ . ۳

۰،۱۸۷۵ . ۲

۰،۶۲۵ . ۱

- ۲۲ کدام گزینه در مورد زنجیره مارکوف صحیح است؟

۱. در یک زنجیره مارکوف با تعداد متناهی حالت، تمام حالت‌های آن گذرا است.

۲. اگر $j \rightarrow i$ و $i \rightarrow j$ گذرا باشد، در اینصورت j نیز گذرا است.

۳. در یک زنجیره مارکوف یکپارچه با تعداد حالات متناهی، تمام حالت‌ها برگشت پذیر نمی‌باشد.

۴. اگر $j \rightarrow i$ و $i \rightarrow j$ برگشت پذیر مثبت باشد، j برگشت پذیر منفی خواهد بود.

- ۲۳ در یک سیستم صفت نرخ مشتریانی که به سیستم وارد می‌شوند، ۱۸ مشتری در ساعت می‌باشد. اگر تعداد خدمت‌کنندگان برابر ۴ و نرخ خدمت دهی به مشتری برابر با ۶ مشتری در ساعت باشد آنگاه ضریب بهره وری سیستم کدام است؟

٪۸۵ . ۴

٪۷۵ . ۳

٪۳۵ . ۲

٪۲۵ . ۱

- ۲۴ در یک کتابخانه عمومی اعضای آن طبق فرایند پواسون با میانگین ۱۰ نفر در ساعت وارد می‌شوند. مدت زمانی که طول می‌کشد تا این کتابدار به تقاضای یک عضو رسیدگی کند، متغیری تصادفی نمایی با میانگین ۵ دقیقه است. احتمال اینکه ۳ نفر منتظر باشند تا کتابدار به تقاضای آن‌ها رسیدگی کند چقدر است؟

$$\frac{5}{36} \cdot ۴$$

$$\frac{5}{36} \cdot ۳$$

$$\frac{1}{216} \cdot ۲$$

$$\frac{25}{216} \cdot ۱$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: تئوری صفت و مدل‌های احتمالی

وشته تحصیلی/ گد درس: مهندسی صنایع، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۰۲۶

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

-۲۵ در یک کتابخانه عمومی اعضای آن طبق فرایند پواسون با میانگین ۱۰ نفر در ساعت وارد می‌شوند. مدت زمانی که طول می‌کشد تا این کتابدار به تقاضای یک عضو رسیدگی کند، متغیری تصادفی نمایی با میانگین ۵ دقیقه است. احتمال اینکه مشتری اصلاً منتظر نماند، چقدر است؟

 $\frac{2}{3} \cdot 4$ $\frac{1}{3} \cdot 3$ $\frac{5}{6} \cdot 2$ $\frac{1}{6} \cdot 1$

سوالات تشریحی

۱ نمره - سکه ای را در نظر بگیرید که احتمال شیر در موقع پرتاب آن P فرض می‌شود. این سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا اولین شیر بدست آید. اگر N معرف تعداد پرتاپهای سکه تا اولین شیر باشد $E(N)$ را محاسبه نمایید.

۲ نمره - محصولات کارخانه ای در دو کارگاه تولید می‌شود، در کارگاه اول ۹۰ درصد کالاها و در کارگاه دوم فقط ۲۰ درصد آنها با استاندارد تطبیق می‌کند. چنانچه یک واحد کالا با استاندارد تطبیق کند با چه احتمالی در کارگاه اول تولید شده است؟ فرض شده است میزان تولید کارگاه اول سه برابر کارگاه دوم می‌باشد.

۳ نمره - فرض کنید که مدت مکالمات تلفنی متغیری تصادفی با توزیع نمایی و میانگین ۵ دقیقه است. شخصی به یک تلفن عمومی مراجعه و مشاهده می‌کند شخص دیگری در حال مکالمه است اما معلوم نیست مکالمه اش از چه زمانی شروع شده است. احتمال اینکه این شخص مجبور شود بیش از یک ساعت منتظر آزاد شدن تلفن شود چقدر است؟

۴ نمره - در مدل $M/M/1$ در یک کتابخانه عمومی با یک کتابدار، اعضای کتابخانه طبق فرایند پواسون با میانگین ۱۰ نفر در ساعت وارد می‌شوند و مدت زمان لازم برای رسیدگی به تقاضای یک عضو توسط کتابدار، متغیر تصادفی نمایی با میانگین ۵ دقیقه است.

الف) بطور متوسط یک مشتری چقدر منتظر می‌ماند تا کتابدار به تقاضای او رسیدگی کند؟

ب) از لحظه ورود یک مشتری تا لحظه ای که کار او تمام شود، بطور متوسط چه مدت طول می‌کشد؟

۵ نمره - در یک درمانگاه بیماران ابتدا برای ثبت نام و تکمیل پرونده به قسمت A مراجعه می‌کنند. این درمانگاه دارای سه پزشک B و C و D است. ۳۰ درصد بیماران به پزشک B و ۷۰ درصد بقیه به C مراجعه می‌کنند. هر کدام از این دو پزشک نیز ۴۰ درصد بیماران خود را برای تکمیل معاینات به پزشک D ارجاع می‌دهند. تعداد بیماران مراجعه کننده به درمانگاه دارای توزیع پواسون با میانگین ساعتی ۱۶ بیمار است. مدت زمان ثبت نام و تکمیل پرونده و همچنین معاینه بیماران، متغیرهای تصادفی نمایی با میانگین بترتیب ۳، ۷، ۵، ۳، ۷، ۵ و ۷، ۵ دقیقه است. مدت زمان انتظار هر مشتری در سیستم چقدر است؟