



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱- تابع وزن چند جمله ای چپیشف نوع اول عبارت است از:

$$1. \quad (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \quad 2. \quad (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad 3. \quad (1-x^2) \quad 4. \quad 1$$

۲- فرض کنید $\{f_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله ایهای متعامد نسبت به تابع وزن w بر بازه (a, b) باشد. با فرض اینکه $f_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ باشد در اینصورت عبارت $(f_n(x), a_n x^n)$ برابر است با:

$$1. \quad \|f_n(x)\| \quad 2. \quad \|f_n(x)\|^2 \quad 3. \quad \frac{1}{a_n} \|f_n(x)\| \quad 4. \quad \frac{1}{a_n} \|f_n(x)\|^2$$

۳- چند جمله ای لژاندر از مرتبه ۳ ام در کدام معادله دیفرانسیل صدق می کند؟

$$1. \quad (1-x^2)y'' + 2xy' + 12y = 0 \quad 2. \quad (1-x^2)y'' - 3xy' + 6y = 0$$

$$3. \quad (1-x^2)y'' - 3xy' + 6y = 0 \quad 4. \quad (1-x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0$$

۴- جواب مسئله اولیه $y'' + \frac{1}{4}y = 0$ زیر عبارت است از:
 $y(0) = 0$ $y(\pi) = 0$

$$1. \quad \cos\left(\frac{1}{4}x\right) \quad 2. \quad \text{جواب ندارد} \quad 3. \quad \sin\left(\frac{1}{4}x\right) \quad 4. \quad \sin\left(\frac{1}{4}x\right) + \cos\left(\frac{1}{4}x\right)$$

۵- معادله دیفرانسیل غیر همگن $\begin{cases} Lu = f(x) \\ u(a) = u(b) = 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید u جواب غیر بدیهی مسئله همگن وابسته به این مسئله باشد در اینصورت:

$$1. \quad \int f(x)u \, dx = 0 \quad \text{شرط کافی برای وجود جواب مسئله غیر همگن است}$$

$$2. \quad \int f(x)u \, dx = 0 \quad \text{شرط لازم و کافی برای وجود جواب مسئله غیر همگن است}$$

$$3. \quad \int f(x)u \, dx \neq 0 \quad \text{شرط لازم برای وجود جواب مسئله غیر همگن است}$$

$$4. \quad \int f(x)u \, dx = 0 \quad \text{شرط لازم برای وجود جواب مسئله غیر همگن است}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

۶- کدام گزینه در مورد یک مسئله خودالحاق با مقادیر ویژه برقرار است؟

۱. مقادیر ویژه می تواند مختلط باشد.

۲. توابع ویژه متعامد ساده می باشند.

۳. همه مقادیر ویژه مثبت می باشند.

۴. مقادیر ویژه یک دنباله بینهایت مرتب که از لحاظ اندازه صعودی می باشند، تشکیل می دهند.

$$-۷ \quad \begin{cases} Ly = -\lambda ry \\ Ay(a) + By'(a) = . \\ Cy(b) + Dy'(b) = . \end{cases}$$

مسئله با مقادیر ویژه دارای مقدار ویژه نامنفی است در صورتیکه:

$$AB \leq 0, CD \geq 0 \quad .۲$$

$$\forall x \in [a, b] \quad q(x) \leq 0$$

$$AB \geq 0, CD \leq 0 \quad .۴$$

$$AB \leq 0, CD \geq 0 \quad .۱$$

$$AB \geq 0, CD \geq 0 \quad .۳$$

۸- مقادیر و توابع ویژه مسئله $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ در صورتیکه y, y' به ازای $x \rightarrow \infty$ متناهی باشد عبارتند از

۱. مقدار ویژه نامنفی λ و تابع ویژه $\sin(\sqrt{\lambda})$ و $y = cx$ دارد

۲. مقدار ویژه مثبت λ و تابع ویژه $\cos(\sqrt{\lambda}x)$ دارد

۳. مقدار ویژه مثبت λ و تابع ویژه $\sin(\sqrt{\lambda}x)$ دارد

۴. مقدار ویژه حقیقی λ و تابع ویژه $\sin(\sqrt{\lambda})$ دارد



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

۹- ضرایب سری فوریه کلی مثلثاتی تابع $f(x) = \sin^r(x) \cos(rx)$ عبارتند از

$$1. \quad a_0 = a_4 = -\frac{1}{4}, a_2 = \frac{1}{2}, b_n = 0 \quad \text{و مابقی } a_n \text{ ها صفر می باشند}$$

$$2. \quad a_0 = a_2 = a_4 = \frac{1}{2}, b_n = 0 \quad \text{و مابقی } a_n \text{ ها صفر می باشند}$$

$$3. \quad a_0 = a_2 = a_4 = \frac{1}{4}, b_n = 0 \quad \text{و مابقی } a_n \text{ ها صفر می باشند}$$

$$4. \quad a_0 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2}, a_4 = -\frac{1}{4}, b_n = 0 \quad \text{و مابقی } a_n \text{ ها صفر می باشند}$$

۱۰- سری فوریه تابع $f \in C_p[a, b]$ نسبت به مجموعه متعامد $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ از توابع بر بازه (a, b) با تابع وزن w بصورت

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n \quad \text{باشد در اینصورت}$$

$$1. \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \|f\|^2 \quad 2. \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \leq \|f\| \quad 3. \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \leq \|f\|^2 \quad 4. \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \geq \|f\|$$

۱۱- اگر یک سری بصورت $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \varphi_n$ در میانگین به تابع f همگرا باشد آنگاه:

$$1. \quad \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2} > \|f\| \quad 2. \quad \text{همه ضرایب } a_n \text{ مثبت است}$$

$$3. \quad \text{نامساوی بسل برقرار است} \quad 4. \quad \text{تساوی پارسوال برقرار است}$$

۱۲- تابع f به فضای توابع لاگر تعلق دارد در صورتیکه:

$$1. \quad \int_0^{\infty} e^{-x} f(x) dx \quad \text{در هر بازه } [0, b] \text{ قطعه ای پیوسته و انتگرال همگرا باشد}$$

$$2. \quad \int_0^{\infty} e^{-x} (f(x))^2 dx \quad \text{در هر بازه } [0, b] \text{ قطعه ای پیوسته و انتگرال همگرا باشد}$$

$$3. \quad \int_0^{\infty} e^{-x^2} f(x) dx \quad \text{در هر بازه } [0, b] \text{ قطعه ای پیوسته و انتگرال همگرا باشد}$$

$$4. \quad \int_0^{\infty} e^x f^2(x) dx \quad \text{در هر بازه } [0, b] \text{ قطعه ای پیوسته و انتگرال همگرا باشد}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۳- فرض کنید f تابعی متناوب با دوره تناوب 2π و بر بازه $[-\pi, \pi]$ پیوسته و قطعه ای هموار و $f(-\pi) = f(\pi)$ باشد. کدامیک از موارد زیر برقرار نیست؟

$$f(x) = \frac{1}{2}a + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$$

۱. سری فوریه f در هر نقطه بازه $[-\pi, \pi]$ بطور مطلق به f همگراست.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + |b_n|)$$

۲. همگراست.

۳. سری فوریه f در هر نقطه بازه $[-\pi, \pi]$ بطور یکنواخت به f همگراست.

۴. سری فوریه f در هر نقطه بازه $[-\pi, \pi]$ فقط بطور نقطه ای به f همگراست.

-۱۴

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -\pi < x < 0 \\ 2 & , 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & , \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$$

با دوره تناوب 2π در نقاط $x = \pi$ و $x = 2\pi$

سری فوریه کلی مثلثاتی تابع متناوب به ترتیب به چه مقادیری همگراست؟

۱. 1 و -1

۲. $\frac{1}{2}$ و 0

۳. 0 و 1

۴. $\frac{3}{2}$ و 0

۱۵- معادله $uu_y u_{xxx} + u_{yy}^2 = \sin u$ چه نوع معادله ای است؟

۱. تقریباً خطی است

۲. خطی است

۳. شبه خطی است

۴. شبه خطی و تقریباً خطی است

۱۶- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $-xyz_y + x^2 z_x + yz = 0$ عبارت است از:

۱. $z = e^{2xy} f(x-y)$

۲. $z = e^{xy} f(x+y)$

۳. $z = e^{\frac{y}{x}} f(xy)$

۴. $z = e^{2xy}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

-۱۷ جواب معادله $yp - xq = 0$ بصورت $z = h(x, y)$ بطوریکه $h(x, 0) = x^f$ باشد، عبارت است از

$$z = (x^r + y^r)^r \quad .۱ \quad z = (x^r + y^r)^f \quad .۲ \quad z = (x^r + y^r)^3 \quad .۳ \quad z = \sqrt{(x^r + y^r)} \quad .۴$$

-۱۸ جواب عمومی معادله $z_{xx} - z_{yy} = 3 \cos 2y$ عبارت است از

$$z = f(x-y) + g(x+y) + \frac{3}{4} \cos 2y + \frac{2x^r}{3} \quad .۱ \quad z = f(x-y) + g(x+y) + \frac{3}{4} \cos 2y \quad .۲$$

$$z = f(x-y) + g(x+y) + \cos 2y \quad .۳ \quad z = f(x-y) + g(x+y) \quad .۴$$

-۱۹ برای معادله $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ کدامیک از عبارتهای زیر برقرار است؟

$$۱. \text{ بر خط } x=y \text{ بیضوی است} \quad .۱ \quad ۲. \text{ بر خط } x=y \text{ سهموی است} \quad .۲$$

$$۳. \text{ بر خط } x=y \text{ هذلولوی است} \quad .۳ \quad ۴. \text{ خارج خط } x=y \text{ سهموی است} \quad .۴$$

-۲۰ معادله موج سه بعدی عبارت است از:

$$۱. u_{tt} = c(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}); u = u(x, y, z, t) \quad .۱ \quad ۲. u_{tt} = c(u_{xx} - u_{yy} - u_{zz}); u = u(x, y, z, t) \quad .۲$$

$$۳. u_{tt} = c^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}); u = u(x, y, z, t) \quad .۳ \quad ۴. u_{tt} + c(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) = 0; u = u(x, y, z, t) \quad .۴$$

-۲۱ جواب همگن معادله $2u_x - u_y + 4u_z + u = 0$; $u = u(x, y, z)$ عبارت است از:

$$۱. u = e^{-2x} f(x - 2y - z) \quad .۱ \quad ۲. u = e^y f(x - 2y - z) \quad .۲$$

$$۳. u = e^{\frac{-1}{2}x} f(x - 2y - z) \quad .۳ \quad ۴. u = e^{\frac{-1}{2}x} f(x + 2y - z) \quad .۴$$

-۲۲ فرض کنید $P_n(x)$ چند جمله ای لژاندر از درجه n باشد کدام عبارت نادرست است؟

$$۱. P_n(1) = 1 \quad .۱ \quad ۲. P_n(-1) = (-1)^n \quad .۲ \quad ۳. P_n(0) = 0 \quad .۳ \quad ۴. P_{2n+1}(0) = 0 \quad .۴$$

-۲۳ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مربوط به تابع $z = f(x) + g(y)$ عبارت است از

$$۱. z_x + z_y = 0 \quad .۱ \quad ۲. z_x \cdot z_y = 0 \quad .۲ \quad ۳. z_{xy} = 0 \quad .۳ \quad ۴. z_y - z_x = 0 \quad .۴$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۲۴- مسئله $\begin{cases} y'' + \pi^2 y = f(x) \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید کدامیک از عبارتهای زیر نادرست است؟

۱. $\int_0^1 f(x) \sin \pi x dx = 0$ مسئله داری جواب غیر بدیهی است در صورتیکه

۲. $\sin(\pi x)$ جواب همگن مسئله می باشد که در شرایط اولیه صدق میکند.

۳. $\cos(\pi x)$ جواب همگن مسئله می باشد که در شرایط اولیه صدق نمی کند.

۴. $\int_0^1 f(x) \sin \pi x dx \neq 0$ مسئله داری جواب غیر بدیهی است در صورتیکه

۲۵- در مورد تابع گرین $G(x, \xi)$ کدامیک از موارد زیر صحیح می باشد؟

۱. تابع در $x = \xi$ مشتقپذیر است .

۲. تابع برای عملگر خودالحاقی نسبت به متغیرهای x, ξ نامتقارن است .

۳. تابع در $x = \xi$ پیوسته است.

۴. تابع گرین در شریط مرزی صدق نمی کند.

سوالات تشریحی

۱- مقادیر و بردارهای ویژه مسئله زیر را بیابید.

$$u'' + \lambda u = 0$$

$$u(0) = 0, \quad u(1) + u'(1) = 0$$

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید به ازای $x \in [-\pi, \pi]$ تابع $f(x) = x^2$ با دوره تناوب 2π باشد. سری فوریه مثلثاتی تابع را بیابید .

سپس ثابت کنید

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$

نمره ۱.۷۵



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸) - ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

نمره ۱.۷۵

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = t^2 \end{cases} \quad -۳$$

سطح انتگرالی از معادله زیر که از سهمی
 $(y + xz)p + (x + yz)q = z^2 - 1$
 میگذرد، پیدا کنید.

نمره ۱.۷۵

-۴ جواب عمومی معادله زیر را بیابید.

$$2u_{xx} + u_{xy} + 2u_{xz} - u_{yy} - u_{yz} = x^2 + y^2 + z^2$$