

سری سوال : یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: روش های چند متغیره پیوسته ۲

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۷۹

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر $X_3 \sim N(0, \Sigma)$ و $\Sigma = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ باشد آنگاه توزیع توام مولفه های اصلی کدام است؟

۱. نرمال با میانگین $\mu = 0$ و کوواریانس $\Sigma = \text{diag}(6, 4, 1)$ ۲. نرمال با میانگین $\mu = 0$ و کوواریانس $\Sigma = \text{diag}(2, 4, 1)$ ۳. نرمال با میانگین $\mu = 0$ و کوواریانس $\Sigma = 4I_3$

۴. نرمال با میانگین $\mu = 0$ و کوواریانس $\Sigma = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲- فرض کنید $\Sigma = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ و مولفه های اصلی X بصورت زیر باشد.

۳- آماره نسبت درستنمایی $\chi^2 \sim Ln - p$ دارای کدام یک از توزیعهای زیر است؟

۱. 0.925 ۲. 1 ۳. -0.998 ۴. 0.89

۴- سهم واریانس استاندارد شده جامعه مربوط به مولفه اصلی k ام برابر است با:

۱. نرمال ۲. F فیشر ۳. نمایی ۴. χ^2 کی دو

۱. $\frac{\lambda_k}{p}$ ۲. $\frac{p}{\lambda_k}$ ۳. $\frac{1}{\lambda_k}$ ۴. $\frac{1}{k}$

۵- فرض کنید Σ ماتریس کوواریانس بردار تصادفی $X' = [X_1, \dots, X_p]$ باشد و (λ_i, e_i) زوج مقادیر ویژه

و بردارهای ویژه آن باشد. اگر $Y_i = e_i' X$ مولفه اصلی i ام باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱. $\text{cov}(Y_1, Y_p) = 0$ ۲. $\text{var}(Y_1) = e_1$

۳. $\text{cov}(Y_p, Y_p) = \lambda_p$ ۴. $\sum_{i=1}^p \text{Var}(Y_i) = \sum_{i=1}^p \text{Var}(X_i)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روش های چند متغیره پیوسته ۲

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۹

۶- در الگوی عاملی متعامد با m عامل مشترک $X = \mu + LF + \varepsilon$ مقدار $Cov(X, F)$ برابر است با:

L . ۱ . ۲ . ۰ I . ۳ m . ۴ . ۰

۷- اگر $L = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ و $\psi = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد آنگاه ماتریس کوواریانس \sum برابر است با:

$$\begin{bmatrix} ۱۰ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۴ & -۲ \\ ۳ & -۲ & ۷ \end{bmatrix} . ۱ \quad \begin{bmatrix} ۹ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۴ & -۲ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} . ۳ \quad \begin{bmatrix} ۹ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۱ & -۲ \\ ۳ & -۲ & ۲ \end{bmatrix} . ۲ \quad \begin{bmatrix} ۹ & ۰ & ۳ \\ ۰ & ۰ & -۲ \\ ۳ & -۲ & ۵ \end{bmatrix} . ۴$$

۸- کدام گزاره صحیح است؟

۱- اولین زوج متغیرهای تصادفی، زوج ترکیب خطی U_1, V_1 است که دارای کوواریانسهای واحد بوده که همبستگی $Corr(U, V)$ را مینیمم کند۲- اولین زوج متغیرهای تصادفی، زوج ترکیب خطی U_1, V_1 است که دارای واریانسهای واحد بوده که همبستگی $Corr(U, V)$ را ماکزیمم کند۳- دومین زوج از متغیرهای تصادفی، زوج ترکیبات خطی U_1, V_1 هستند که دارای کوواریانسهای واحد است که همبستگی $Corr(U, V)$ را در میان تمام انتخابهایی که با اولین زوج متغیرهای متعارف ناهمبسته می باشد را ماکزیمم کند۴- دومین زوج از متغیرهای تصادفی، زوج ترکیبات خطی U_1, V_1 هستند که دارای واریانسهای واحد است که همبستگی $Corr(U, V)$ را در میان تمام انتخابهایی که با اولین زوج متغیرهای متعارف ناهمبسته می باشد را ماکزیمم کند.۹- اگر L و k متغیرهای متعارف باشند، دارای کدامیک از خواص زیر نیستند؟

$$Cov(U_k, U_k) = 1 \quad . ۱ \quad Var(U_k) = 1 \quad . ۲$$

$$Corr(U_k, U_l) = 0 \quad . ۳ \quad Cov(U_k, U_l) = 1 \quad . ۴ \quad Cov(U_k, U_l) = 1$$

۱۰- کدام یک از گزینه های زیر به تابع تمیز خطی نمونه ای فیشر معروف است؟

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_p^{-1} x \quad . ۱ \quad (\mu_1 - \mu_p)' \sum^{-1} X \quad . ۲$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S_p^{-1} x \quad . ۳ \quad (\mu_1 - \mu_p)' \sum X \quad . ۴$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: روش های چند متغیره پیوسته ۲

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۹

۱۱- قاعده تخصیص مبتنی بر تابع ممیز فیشر X_0 را به π_2 تخصیص می دهد هر گاه:

۱. $y_0 - \hat{m} < 0$ ۲. $y_0 - \hat{m} > 0$ ۳. $y_0 - \hat{m} \leq 0$ ۴. $y_0 - \hat{m} \geq 0$

۱۲- در رده بندی و ممیزی اگر $\delta = \mu_1 - \mu_2$, $Y = l'X$ در آن صورت نسبت مربع فاصله بین میانگینهای Y به واریانس Y کدام است؟

۱. $\frac{l'\delta}{l'\sum l}$ ۲. $\frac{l'\sum l}{(l'\delta)^2}$ ۳. $\frac{l'\sum l}{l'\delta}$ ۴. $\frac{(l'\delta)^2}{l'\sum l}$

۱۳- در تحلیل همبستگی متعارف اگر $e'_1 = [0.28 \quad 0.52]$ و $\rho_{11}^{-1/2} = \begin{bmatrix} 1.07 & -0.23 \\ -0.23 & 1.07 \end{bmatrix}$ باشد مقدار a_1 کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 0.7595 \\ 0.3674 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 0.7578 \\ 0.3678 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 0.5785 \\ 0.3659 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0.5759 \\ 0.3674 \end{bmatrix}$

۱۴- در الگوی عاملی متعامد با m عامل مشترک $X = \mu + LF + \varepsilon$ کدام گزینه درست است؟

۱. $E(F) = 1$ ۲. $Cov(\varepsilon) = I$ ۳. $Cov(F) = I$ ۴. $E(\varepsilon) = 1$

۱۵- اگر Z_1, \dots, Z_n مشاهدات استاندارد شده با ماتریس کوواریانس R باشد آنگاه \hat{r}_{y_1, z_p} برابر است با:

۱. $\sqrt{\hat{e}_{p1} \hat{\lambda}_1}$ ۲. $\hat{e}_{p1} \sqrt{\hat{\lambda}_1}$ ۳. $\sqrt{\hat{e}_{11} \hat{\lambda}_p}$ ۴. $\hat{e}_{11} \hat{\lambda}_p$

۱۶- در محاسبه مولفه های اصلی متغیرهای استاندارد شده $COV \left((V \frac{1}{2})^{-1} (X - \mu) \right)$ برابر است با:

۱. ρ ۲. ρ^2 ۳. $\sqrt{\rho}$ ۴. 0

۱۷- اطلاعات زیر از دو نمونه X_1 و X_p بدست آمده است:

$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.0065 \\ -0.039 \end{bmatrix}$, $\bar{X}_p = \begin{bmatrix} -0.2483 \\ -0.0262 \end{bmatrix}$, $S_P^{-1} = \begin{bmatrix} 131.158 & -90.423 \\ -90.423 & 108.147 \end{bmatrix}$

کدام است؟

۱. $y = 37.61x_1 - 28.92x_2$ ۲. $y = -37.61x_1 - 28.92x_2$

۳. $y = 37.61x_1 + 28.92x_2$ ۴. $y = -37.61x_1 + 28.92x_2$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روش های چند متغیره پیوسته ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۹

۱۸- اگر Z_1, \dots, Z_n مشاهدات استاندارد شده با ماتریس کوواریانس R باشد آنگاه کل واریانس نمونه (استاندارد شده) برابر است با:

$$n \cdot 1 \quad \frac{tr(R)}{n} \cdot 2 \quad 1 \cdot 3 \quad tr(R) \cdot 4$$

۱۹- اگر Z متغیر تصادفی استاندارد و ρ ماتریس همبستگی آن باشد براساس خاصیت پایایی برآوردگر درست‌نمایی ماکزیمم ρ کدامست؟

$$\widehat{\psi}_Z \cdot 1 \quad \widehat{L}_Z \widehat{L}'_Z - \widehat{\psi}_Z \cdot 2 \quad \widehat{L}_Z \widehat{L}'_Z \cdot 3 \quad \widehat{L}_Z \widehat{L}'_Z + \widehat{\psi}_Z \cdot 4$$

۲۰- فرض کنید Σ ماتریس کوواریانس بردار تصادفی $X' = [X_1, \dots, X_p]$ باشد و (λ_i, e_i) زوج مقادیر ویژه بردارهای ویژه آن باشد. اگر $Y_i = e_i' X$ مولفه اصلی i ام باشد. ρ_{Y_p, X_p} برابر است با:

$$\frac{e_{pp} \sqrt{\lambda_p}}{\sigma_{pp}} \cdot 1 \quad \frac{e_{pp} \lambda_p}{\sigma_{pp}} \cdot 2 \quad \frac{e_{pp} \lambda_p}{\sqrt{\sigma_{pp}}} \cdot 3 \quad \frac{e_{pp} \sqrt{\lambda_p}}{\sqrt{\sigma_{pp}}} \cdot 4$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

$$-1 \quad \text{اگر } \Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ باشد.}$$

الف) مولفه های اصلی Y_1 و Y_2 و Y_3 را بیابید.ب) $Cov(Y_1, Y_3)$ چقدر است؟

نمره ۱.۷۵

۲- ماتریس کوواریانس Σ افراز شده با ماتریس های زیر را در نظر بگیرید:

$$\Sigma_{11} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ و } \Sigma_{22} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \text{ و } \Sigma_{12} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

مقادیر همبستگی های کانونی ρ_1, ρ_2 را بیابید

نمره ۱.۷۵

۳- نشان دهید ضریب همبستگی بین مولفه های اصلی و متغیرهای X_k برابر است با:

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روش های چند متغیره پیوسته ۲

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۹

۱.۷۵ نمره

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & .9 & .7 \\ .9 & 1 & .4 \\ .7 & .4 & 1 \end{bmatrix}$$

فرض کنید متغیرهای تصادفی X_1, X_2, X_3 دارای ماتریس کوواریانسالگوی عاملی متعامد با $m=1$ عامل مشترک $X = \mu + LF + \varepsilon$ مطلوب است:الف) $Cov(X_1, F_1)$ ب) مقدار Ψ_1

-۴