

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشنده تحصیلی/ گذ درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)

۱- هر گاه  $Y = g(X)$  تابعی از متغیر تصادفی  $X$  باشد، در این صورت  $E(Y)$  کدام است؟

$$\int_{-\infty}^{\infty} yf_X(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xf_Y(y)dy$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} yf_Y(y)dy$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx$$

۴. صفر

۳. ۳

۲. ۱

۱. ۲

۲- اگر  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد و  $E(Y) = X$  آنگاه  $E(Y)$  کدام است؟

۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع بونولی با پارامتر  $p$  باشد و آماره‌های  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$  ترتیبی این نمونه‌ی تصادفی باشند.  $Var(X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$  کدام است؟

$$p^n + (1-p)^n$$

$$p^n(1-p^{2n})$$

$$p^n(1-p^n)$$

$$p^n(1-p)^n$$

۴- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی صفر و یک باشد، توزیع آماره‌های ترتیبی این نمونه چیست؟

۴. گاما

۳. پواسن

۲. دوجمله‌ای

۱. بتا

۵- اگر تابع چگالی متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & \text{به ازای سایر مقادیر } x \end{cases}$  باشد تابع چگالی متغیر

تصادفی  $Y = X$  را به دست آورید؟

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2ye^{-y^2} & y > 0 \\ 0 & \text{به ازای سایر مقادیر } y \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y} & y > 0 \\ 0 & \text{به ازای سایر مقادیر } y \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & \text{به ازای سایر مقادیر } y \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y^2} & y > 0 \\ 0 & \text{به ازای سایر مقادیر } y \end{cases}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآوردهای آمار ریاضی)

وشته تحصیلی/ گذ درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ -

۶- گزینه‌ی صحیح کدام است؟

۱. کران پایین کرامر- رايو بهترین کران پایین است.

۲. برآوردهای UMVUE همواره نامساوی کرامر- رايو را به مساوی تبدیل می‌کنند.

۳. عکس هر توزیع کوشی، دارای توزیع کوشی است.

۴. توزیع  $U(0, \theta)$  جزو خانواده‌های نمائی محسوب می‌شود.۷- هرگاه متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع یکنواخت بر بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  باشد، در این صورت مقدار ژاکوبین در تبدیلکدام است؟  $Y = \tan X$ 

$$\frac{1}{1+y^2} \cdot 4$$

$$1+y^2 \cdot 3$$

$$\frac{1}{y} \cdot 2$$

۱. یک

۸- حجم نمونه را حداقل چه اندازه‌ای باید انتخاب کرد تا ۹۹ درصد مطمئن باشیم که  $\bar{X}_n$  در محدوده‌ی  $5\sigma / \mu$  از  $\mu$  قرار دارد؟

۲۰۰ . ۴

۴۰۰ . ۳

۲۰ . ۲

۴۰ . ۱

۹- هرگاه  $X_1, X_2$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله‌ی  $(0, 1)$  باشند، آنگاه  $P(\frac{1}{2} < X_1 + X_2 < \frac{3}{2})$  کدام است؟

$$\frac{9}{8} \cdot 4$$

$$\frac{6}{8} \cdot 3$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2$$

$$\frac{3}{2} \cdot 1$$
۱۰- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع  $F(x)$  باشد. مقدار  $E[e^{F(X)}]$  کدام است؟

1-e . ۴

e . ۳

$$e^{\frac{1}{2}} \cdot 2$$

e-1 . ۱

۱۱- هرگاه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از  $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{[0, \theta]}(x)$  باشد، برآورد گشتاوری  $\theta$  کدام است؟

$Y_1 - Y_n$  . ۴

2\bar{X} . ۳

$Y_n$  . ۲

 $Y_1$  . ۱۱۲- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از  $f_X(x; \theta) = e^{-(x-\theta)} I_{[\theta, \infty)}(x)$  باشد. آماره‌ی بستنده برای  $\theta$  کدام است؟

$Y_1 = \min X_i$  . ۴

$Y_n = \max X_i$  . ۳

$\bar{X}$  . ۲

 $\sum_i^n X_i$  . ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

وشته تحصیلی/ گذ درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار ۲۲ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۴۶

۱۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه از تصادفی با چگالی زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \frac{1}{4}(1+\theta x); -2 < x < 2, -\frac{3}{8} < \theta < \frac{3}{8}$$

در این صورت برآورد کننده‌ی نااریب و سازگار برای  $\theta$  عبارت است از:

$$1 - \frac{4}{3} \bar{X}_n . ۴$$

$$\frac{4}{3} \bar{X}_n . ۳$$

$$\frac{3}{4} \bar{X}_n . ۲$$

$$\bar{X}_n . ۱$$

۱۴- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع  $f_\theta(x) = \binom{x-1}{r-1} \theta^r (1-\theta)^{x-r}$  باشد. آماره‌ی بسنده‌ی (کافی)  $\theta$  عبارت است از:

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n X_i^{-1}} . ۴$$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n X_i} . ۳$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^{-1} . ۲$$

$$\sum_{i=1}^n X_i . ۱$$

۱۵- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  مستقل از توزیع با میانگین ۱ و واریانس ۴ باشند، حد توزیع کدام است؟

۴. توزیع کی دو

۳. توزیع تی

۲. نرمال استاندارد

۱. نرمال

۱۶- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3$  دارای توزیع یکنواخت صفر و یک باشد. امید ریاضی میانه‌ی نمونه کدام است؟

۲. ۴

۱. ۳

۰/۵ . ۲

۱. صفر

۱۷- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس  $\theta$  باشد، آماره‌ی بسنده‌ی مینیمال برای  $\theta$  کدام است؟

$$(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i^2) . ۴$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 . ۳$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 . ۲$$

$$\sum_{i=1}^n X_i . ۱$$

۱۸- کدام یک از خانواده‌ی چگالی‌های زیر، کامل نیست؟

$$N(0, \theta) . ۴$$

$$U(0, \theta) . ۳$$

$$2. \text{ دوجمله ای}$$

$$Beta(\theta, \theta) . ۱$$

۱۹- هر گاه  $x_1, x_2, \dots, x_n$  یک نمونه ای تصادفی از توزیع  $f_X(x) = \beta e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}} I_{(\alpha, \infty)}(x)$  باشد که  $(\alpha, \beta)$  یک آماره‌ی کافی برای  $\theta$  کدام است؟

$$(Y_1, Y_n) . ۴$$

$$(Y_1, \sum_{i=1}^n X_i) . ۳$$

$$(Y_n, \sum_{i=1}^n X_i) . ۲$$

$$\sum_{i=1}^n X_i . ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورده بایی)، آمار ریاضی ۱

وشته تحصیلی/ گذ درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار ۱۱۱۷۰۴۲ -

- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نمائی با پارامتر  $\theta$  و متغیر تصادفی  $N(t)$  دارای توزیع پواسن با پارامتر  $\lambda t$  باشد. اگر  $S = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$  و  $X_i$  ها و  $N(t)$  ها از هم مستقل باشند، آنگاه  $E(S)$  برابر است با:

$$\lambda t \theta^2 . ۴$$

$$\lambda t \theta . ۳$$

$$\theta . ۲$$

$$\lambda t . ۱$$

- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد. اگر  $S^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$  دارای توزیع:

۱. نرمال

۲. استیودنت

۳. کی دو با  $n-1$  درجه آزادی

- اگر  $S = \sum_{i=1}^n X_i$  یک آماره ای بسنده ای کامل برای  $\theta$  در توزیع پواسن باشد، در این صورت، برآوردگر UMVUE پارامتر  $\theta$  عبارت است از:

$$\frac{1}{S} . ۴$$

$$\frac{n}{S} . ۳$$

$$\frac{S}{n} . ۲$$

$$S . ۱$$

- اگر  $X$  دارای توزیع  $t$  استیودنت و دارای  $k$  درجه آزادی باشد، کدام یک از عبارت های زیر در مورد واریانس  $X$  درست می باشد؟

$$V(X) = \frac{k}{k-2} , k > 2 \quad \text{اگر } ۲$$

$$V(X) = k(k-2) , k > 2$$

$$V(X) = (k-2) , k > 2 \quad \text{اگر } ۴$$

$$V(X) = k(k+2) . ۳$$

- کدام یک از موارد زیر درست می باشد؟

۱. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه  $(0, \theta)$  باشد، آنگاه  $Y_n$  کامل نیست.۲. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن باشد، آنگاه  $i$  بسنده است ولی کامل نیست.۳. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع برنولی باشد، آنگاه  $T = X_1 - X_2$  کامل نیست.۴. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن باشد، آنگاه  $i$  کامل است ولی بسنده نیست.

- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از  $f_X(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} I_{(0, \infty)}(x)$  باشد. آنگاه کران پایین نامساوی کرامر راً برای واریانس تمامی برآوردهای ناریب  $\lambda$  عبارت است از:

$$\frac{\lambda^2}{n} . ۴$$

$$\frac{n}{\lambda} . ۳$$

$$\frac{n}{\lambda^2} . ۲$$

$$\frac{\lambda}{n} . ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار ریاضی (برآوردهای آمار ریاضی ۱)

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار ۱۱۱۷۰۲۲ -

### سوالات تشریحی

- ۱،۱۷ نمره ۱- فرض کنید طول عمر یک نوع لامپ روشنایی دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ ساعت است. اگر ۱۰ تا از این لامپها هم زمان با هم روشن شوند، توزیع طول عمر لامپی که زودتر از همه می سوزد، چیست؟ طول عمر مورد انتظار آن چقدر است؟
- ۱،۱۷ نمره ۲- فرض کنید  $X$  دارای توزیع بتا است. توزیع  $Y = -\log_e X$  را بباید؟
- ۲،۳۳ نمره ۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه  $(\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma)$  باشند. در این صورت توزیع  $R = Y_n - Y_1$  و نیز امید ریاضی آن را بباید؟
- ۱،۱۷ نمره ۴- فرض کنید  $(X_1, X_2, \dots, X_n) \stackrel{iid}{\sim} N(\mu; \sigma^2)$ . برآورد گشتاوری و MLE پارامترهای  $(\mu; \sigma^2)$  را بباید؟
- ۱،۱۶ نمره ۵- متغیر تصادفی  $X$  با توزیع احتمال  $f_\theta(x) = \theta(1-\theta)^x I_{[0,1,\dots]}(x)$  مفروض است، به طوری که  $0 < \theta < 1$ . با انتخاب نمونه ای تصادفی  $X_1, X_2, \dots, X_n$  از این توزیع، برآوردگر درستنمایی ماکزیمم برای  $\theta$  و برآوردگر درستنمایی ماکزیمم  $E(X)$  را بباید؟