

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریسهای زیر مقدماتی نیست؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} .4$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} .3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} .2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} .1$$

۲- مقادیر ویژه ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۳۹۲ . ۴

۱ . ۳

۳۹۳ . ۲

۳۹۱ . ۱

۳- کدامیک از ماتریسهای زیر خود الحاق است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ 0 & 2 \end{bmatrix} .4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2i & 0 \end{bmatrix} .3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 3 \end{bmatrix} .2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix} .1$$

۴- ماتریس $A_{n \times n}$ قطری غالب است هرگاه:

$$\sum_{i=1}^n |a_{ii}| \geq n .4$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}| .3$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n |a_{ij}| .2$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^n a_{ij} .1$$

۵- هرگاه W_1 و W_2 دو زیر فضای باشند در این صورت کدام درست است؟

$$W_1 \cap W_2 .2$$

یک فضای برداری است.

$$\dim(W_1) = \dim(W_2) .4$$

یک فضای برداری است.

۶- کدام نادرست است؟

۱. هر مجموعه شامل یک مجموعه مستقل خطی، مستقل خطی است.

۲. هر مجموعه شامل یک مجموعه وابسته خطی، وابسته خطی است.

۳. هر مجموعه شامل بردار صفر وابسته خطی است.

۴. هر زیر مجموعه یک مجموعه مستقل خطی، مستقل خطی است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۷- کدام درست است؟

۱. اگر هیچ زیر مجموعه ای از V با کمتر از n عضو نتواند V را تولید کند، در این صورت $\dim(V) = n$.
۲. هر زیر مجموعه مستقل خطی از V را می توان با افزودن تعدادی از اعضای V ، به یک پایه برای V تعمیم داد.
۳. اگر هر زیر مجموعه ای از V با بیش از n عضو وابسته خطی باشد، در این صورت $\dim(V) = \dim(W)$.
۴. هرگاه W زیر فضای از V باشد در این صورت $T : V \rightarrow W$ نیست؟

۸- کدامیک از تبدیلات زیر خطی است؟

$$T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 x_2 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad .\text{۴}$$

$$T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad .\text{۳}$$

$$T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad .\text{۲}$$

$$T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ 1 + x_2 \end{bmatrix} \quad .\text{۱}$$

۹- کدامیک جز خواص تبدیل خطی $T : V \rightarrow W$ نیست؟

۱. زیر فضای $\text{ran } T$ است.
۲. $\text{dim}(\ker T) = 1 \Leftrightarrow T$ یک به یک است.
۳. $T(0) = 0$.

۱۰- ماتریس نظیر تبدیل خطی زیر کدام است؟

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 3x_3, -x_1 - 2x_3, x_1 + x_2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad .\text{۴}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad .\text{۳}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad .\text{۲}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad .\text{۱}$$

۱۱- درباره عملگر زیر کدام درست است؟

$$T(x_1, x_2, x_3) = (3x_1, x_1 - x_2, 2x_1 + x_2 + x_3)$$

۱. معکوس پذیر است.
۲. ماتریس نظیر آن قطری است.
۳. غیر خطی است.
۴. پوشانیست.

۱۲- پس از یک مرحله انجام روش حذفی گاوس روی ماتریس افزوده دستگاه زیر مولفه A_{22} کدام است؟

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 14 \\ -8x_1 + 12x_2 - x_3 = 29 \end{cases}$$

۵. ۶. ۴

۲. ۳

-۴. ۲

. ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۳- در حل دستگاه زیر به روش ژاکوبی x_2 در مرحله دوم برابر است با:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 16 \end{cases}$$

۱/۹۴۵۷ . ۴

۱/۸۹۷۳ . ۳

۱/۱۶۶۷ . ۲

۱/۵۹۵۲ . ۱

۱۴- تعداد ضربهای در روش حذفی گاووس از چه مرتبه‌ای است؟

 $n \ln(n)$. ۴ n^3 . ۳ n^2 . ۲ n . ۱۱۵- در تجزیه دولیتل ماتریس زیر مولفه l_{21} کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 14 & 11 & 14 \\ 6 & 29 & 41 \end{bmatrix}$$

-۱۴ . ۴

۳ . ۳

-۱۰ . ۲

۷ . ۱

۱۶- نرم ماتریسی لزوماً در کدامیک از شرایط زیر صدق نمی‌کند؟

$\|AB\| \leq \|A\|\|B\|$. ۲

$\|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|$. ۱

$\|\alpha A\| = |\alpha| \cdot \|A\|$. ۴

$\|A^2\| = \|A\|^2$. ۳

۱۷- عدد شرطی ماتریس A برابر است با: $\rho(A)$. ۴ $\|A\| \cdot \|A^{-1}\|$. ۳ $\det(A) \cdot \det(A^{-1})$. ۲ $\frac{\|A\|}{\|A^{-1}\|}$. ۱۱۸- درباره روش SOR برای حل دستگاه $AX = b$ ، با استفاده از دنباله تکراری $X^{k+1} = BX^k + C$ کدام درست است؟۲. نرم ماتریس A را با افزودن پارامتر جدید کم می‌کند.

۱. خطای محاسبات را کاهش می‌دهد.

۴. نرم ماتریس C را با افزودن پارامتر جدید کم می‌کند۳. نرم ماتریس B را با افزودن پارامتر جدید کم می‌کند

۱۹- بزرگترین شعاع برای دوایر گرشگورین ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱ . ۴

۷ . ۳

۲ . ۲

۳ . ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

$$\text{با فرض } y^{(3)} = (35, -21, 8)^t \text{ و } y^{(2)} = (10, -5, 1)^t, y^{(1)} = (3, -1, 0)^t, y^{(0)} = (1, 0, 0)^t \quad \text{--} ۲۰$$

$$y^{(k+1)} = A y^{(k)}, \text{ چند جمله‌ای مشخصه } A \text{ کدام است؟}$$

$$\lambda^3 - 8\lambda^2 + 19\lambda - 12 \quad .\cdot ۲$$

$$\lambda^3 + 19\lambda^2 - 8\lambda - 12 \quad .\cdot ۱$$

$$\lambda^3 - 8\lambda^2 - 12\lambda + 19 \quad .\cdot ۴$$

$$12\lambda^3 + 19\lambda^2 - \lambda + 1 \quad .\cdot ۳$$

$$\text{تقریب بزرگترین مقدار ویژه ماتریس زیر به روش توانی و با فرض } y^{(0)} = (1, 0, 0)^t \text{ پس از دو تکرار کدام است؟} \quad \text{--} ۲۱$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 \\ 8 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$13.75 \quad .\cdot ۴$$

$$12.5 \quad .\cdot ۳$$

$$8.25 \quad .\cdot ۲$$

$$5.875 \quad .\cdot ۱$$

در روش معکوس توانی ...

۱. کوچکترین مقدار ویژه A از نظر قدر مطلق بدست می‌آید.۲. بزرگترین مقدار ویژه A از نظر قدر مطلق بدست می‌آید.۳. معکوس بزرگترین مقدار ویژه A از نظر قدر مطلق بدست می‌آید.۴. کوچکترین مقدار ویژه A^{-1} از نظر قدر مطلق بدست می‌آید.

$$\text{هرگاه در روش تبدیل ژاکوبی برای ماتریس } A, \text{ ماتریس } S \text{ بصورت زیر باشد، مولفه } a_{21} \text{ در ماتریس بعدی کدام است؟} \quad \text{--} ۲۲$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7882 & 0.6154 \\ 0 & -0.6154 & 0.7872 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ و}$$

$$1231. \quad .\cdot ۴$$

$$-2.698. \quad .\cdot ۳$$

$$8.1231. \quad .\cdot ۲$$

$$3.5954. \quad .\cdot ۱$$

 $\rho(A)$ برای ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$-5. \quad .\cdot ۴$$

$$5. \quad .\cdot ۳$$

$$3. \quad .\cdot ۲$$

$$2. \quad .\cdot ۱$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

۱- در روش تقلیل برای بدست آوردن دومین مقدار ویژه A از نظر قدر مطلق ...

۱. ماتریسی با مرتبه کمتر بدست می آوریم.
۲. چند جمله‌ای مشخصه را بدست می آوریم.
۳. از روش توانی استفاده می شود.
۴. از $\rho(A^{-1})$ استفاده می کنیم.

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

-۱ نشان دهید $1 + x + x^2$ یک پایه برای فضای چندجمله ایهای با ضرایب حقیقی و حداقل از درجه ۲ هستند. و چند جمله‌ای $x^2 - x$ را بر حسب توابع پایه بنویسید.

۱.۷۵ نمره

-۲ فرض کنید W فضای جوابهای دستگاه زیر باشد، یک پایه برای W بدست آورید. (راهنمایی)

$$\begin{aligned}x_1 + x_4 &= 0 \\x_2 - 3x_3 - x_5 &= 0 \\x_1 - 2x_5 - x_4 &= 0\end{aligned}$$

۱.۷۵ نمره

-۳ دستگاه معادلات زیر را به روش تکراری ژاکوبی و با فرض حل کنید (دو تکرار کافی است).

$$\begin{cases} 8x + 2y + z = 7 \\ 3x + 9y + 2z = 1 \\ 2x + y + 7z = -5 \end{cases}$$

۱.۷۵ نمره

-۴ قضیه گرشگورین را بیان و اثبات کنید.