



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۹ -، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴

۱- مقدار  $V[f]$  برای  $V = xU_1 - yU_3$  و  $f = e^x \cos y$  را معین نمایید

۱.  $ye^x \cos y$     ۲.  $xe^x \cos y$     ۳.  $ye^x \cos y - y$     ۴.  $xe^x \cos y - y$

۲- اگر  $F(x, y, z) = (x \cos y, x \sin y, z)$  باشد نقطه و بردار  $p = (0, 0, 0), v = (2, -1, 3)$  و نگاه مقدار  $F_0(v_p)$  را تعیین نمایید.

۱.  $F_0(v_p) = (1, 0, 3)$     ۲.  $F_0(v_p) = (1, 2, 0)$     ۳.  $F_0(v_p) = (2, 0, 3)$     ۴.  $F_0(v_p) = (3, 2, 0)$

۳- کدام مورد در باره نگاشت  $F(u, v) = (ve^u, u)$  صحیح است.

۱. نگاشت دیفئومورفیسم است و  $F^{-1}(u, v) = (u, e^{-u}v)$

۲. نگاشت دیفئومورفیسم نیست و  $F^{-1}(u, v) = (u, e^{-u}v)$

۳. نگاشت دیفئومورفیسم نیست و  $F^{-1}(u, v) = (v, e^{-v}u)$

۴. نگاشت دیفئومورفیسم است و  $F^{-1}(u, v) = (v, e^{-v}u)$

۴- در خم  $\alpha(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$  تابع طول قوس  $S = S(t)$  را بیابید

۱.  $e^t + e^{-t}$     ۲.  $e^t - e^{-t}$     ۳.  $e^t + e^{-t} - 2$     ۴.  $e^t - e^{-t} - 2$

۵- اگر  $\alpha(t) = (\cosht, \sinht, t)$  که  $\cosht, \sinht$  توابع هذلولوی می باشند نگاه انحنا آن را تعیین نمایید ..

۱.  $\frac{1}{(\cosh t)^2}$     ۲.  $\frac{1}{(\sinh t)^2}$     ۳.  $\frac{1}{2(\cosh t)^2}$     ۴.  $\frac{1}{2(\sinh t)^2}$

۶- اگر  $\alpha(t) = (3t, 3t^2, 3)$  نگاه تاب آن را بدست آورید .

۱. 3    ۲. 6    ۳. 0    ۴. -3

۷- مشتق کواریان  $\nabla_v w$  را برای  $w = \cos x U_1 + \sin x U_2$  و  $v = -y U_1 + x U_3$  را تعیین نمایید .

۱.  $\nabla_v w = y \sin x U_1 - y \cos x U_2$     ۲.  $\nabla_v w = y \sin x U_2$

۳.  $\nabla_v w = y \cos x U_1$     ۴.  $\nabla_v w = y \cos x U_1 - y \sin x U_2$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۹ -، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴

۸- کدام مورد صحیح نمی باشد .

$$\begin{aligned} \omega_{ij}(v) &= \nabla_v (E_i) \cdot E_j(p) \quad .2 & [v, w] &= \nabla_v w - \nabla_w v \quad .1 \\ \nabla_v (E_i) &= \omega_{ij}(v) \cdot E_j(p) \quad .4 & \theta_i(v) &= v \cdot E_i(p) \quad .3 \end{aligned}$$

۹- معادلات ساختاری برای میدان سه وجهی کروی عبارت است از

$$\begin{aligned} \omega_{12} &= \cos \varphi d\theta, \omega_{13} = d\theta, \omega_{23} = \sin \varphi d\theta \quad .2 & \omega_{12} &= \cos \varphi d\theta, \omega_{13} = d\varphi, \omega_{23} = \sin \varphi d\theta \quad .1 \\ \omega_{12} &= \sin \varphi d\theta, \omega_{13} = d\theta, \omega_{23} = \cos \varphi d\theta \quad .4 & \omega_{12} &= \sin \varphi d\theta, \omega_{13} = d\varphi, \omega_{23} = \cos \varphi d\theta \quad .3 \end{aligned}$$

۱۰- کدام گزینه در مورد تبدیل  $F: E^3 \rightarrow E^3$  صحیح است

۱. اگر حافظ ضرب داخلی باشد تبدیل متعامد است
۲. اگر متعامد باشد نگاه یک ایزومتري است
۳. اگر ایزومتري باشد نگاه متعامد است
۴. اگر ایزومتري باشد نگاه یک انتقال یکنای  $T$  و یک تبدیل متعامد  $C$  وجود دارد بطوری که  $F = CT$

۱۱- کدام یک از موارد زیر یک ایزومتري نیست

$$\begin{aligned} F(p) &= -p \quad .1 & F(p) &= a \cdot p \quad \text{انگه } \|a\|=1, a \in E^3 \quad .2 \\ F(P) &= (p_3 - 1, p_2 - 2, p_1 - 3) \quad .3 & F(P) &= (p_1, p_2, 1) \quad .4 \end{aligned}$$

۱۲- کدام گزینه نگاشت  $x: E^2 \rightarrow E^3$  یک قطعه مختصاتی است

$$\begin{aligned} x(u, v) &= (u, uv, v) \quad .1 & x(u, v) &= (u^2, u^3, v) \quad .2 \\ x(u, v) &= (u, u^2, v^3 + v) \quad .3 & & \end{aligned}$$

۱۳- نگاره نگاشت  $x(u, v) = (u + v, u - v, uv)$  را تعیین کنید .

$$\begin{aligned} z &= \frac{x^2 - y^2}{2} \quad .4 & z &= \frac{y^2 - x^2}{2} \quad .3 & z &= \frac{y^2 - x^2}{4} \quad .2 & z &= \frac{x^2 - y^2}{4} \quad .1 \end{aligned}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۹ -، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴

۱۴- اگر منحنی  $\alpha(u) = (0, h(u), g(u))$  حول محور  $y$  ها بچرخد کدام رویه را بوجود می آورد

$$x(u, v) = (g(u) \cos v, h(u), g(u) \sin v) \quad .1$$

$$x(u, v) = (h(u), g(u) \cos v, g(u) \sin v) \quad .2$$

$$x(u, v) = (h(u) \cos v, g(u), h(u) \sin v) \quad .3$$

$$x(u, v) = (g(u), h(u) \cos v, h(u) \sin v) \quad .4$$

۱۵- اگر  $C$  مخروط مستدیر قائم  $x(u, v) = v(\cos u, \sin u, 1)$  و  $\alpha$  خم  $\alpha(t) = x(\sqrt{2}t, e^t)$  باشد بر حسب  $x_u, x_v$  کدام گزینه می باشد.

$$\sqrt{2}x_u + ux_v \quad .1$$

$$\sqrt{2}x_v + ux_u \quad .2$$

$$\sqrt{2}x_v + vx_u \quad .3$$

$$\sqrt{2}x_u + vx_v \quad .4$$

۱۶- کدام گزینه صحیح نمی باشد

$$\xi \wedge \eta = (-1)^{p+q} \eta \wedge \xi \quad .1$$

اگر  $\xi$  یک  $p$ -فرمی و  $\eta$  یک  $q$ -فرمی باشد نگاه

$$\eta(v, w) = -\eta(w, v) \quad .2$$

اگر  $\eta$  یک  $2$ -فرمی باشد و  $v, w$  دو بردار مماس بر رویه  $M$  باشد نگاه

$$\eta(av + bw, cv + dw) = (ad - bc)\eta(v, w) \quad .3$$

اگر  $\eta$  یک  $2$ -فرمی باشد و  $v, w$  دو بردار مماس بر رویه  $M$  باشد نگاه

$$\varphi \quad .4$$

اگر  $\varphi$  یک  $1$ -فرمی روی رویه  $M$  باشد  $d\varphi$ ، مشتق خارجی  $\varphi$  در شرط زیر صدق می کند

$$d\varphi(x_u, x_v) = \frac{\partial}{\partial u}(\varphi(x_v)) - \frac{\partial}{\partial v}(\varphi(x_u))$$

۱۷- اگر  $x$  یک قطعه مختصاتی از  $M \subset E_3$  باشد نگاه کدام گزینه در مورد خمیدگی گاوسی و خمیدگی متوسط برقرار است

$$H(x) = \frac{Gl + En - 2Fm}{2(EG - F^2)} \quad .2$$

$$K(x) = \frac{\ln + m^2}{EG - F^2} \quad .1$$

$$K(x) = \frac{\ln - m^2}{2(EG - F^2)} \quad .4$$

$$H(x) = \frac{Gl + En - 2Fm}{EG - F^2} \quad .3$$

۱۸- کدام گزینه در مورد قطعه مختصاتی مونژ  $x(u, v) = (u, v, f(u, v))$  برقرار است

$$m = \frac{f_{uu}}{1 + f_u^2 + f_v^2} \quad .4$$

$$E = 1 + f_u^2 \quad .3$$

$$G = f_u f_v \quad .2$$

$$F = 1 + f_v^2 \quad .1$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۹ -، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴

۱۹- خم  $\alpha$  از رویه  $M \subset E^3$  را ژئودزیک  $M$  نامند اگر۱. سرعت ان یعنی  $\alpha'$  همواره یک امتداد مجانبی را نشان دهد۲. اگر  $U$  یک میدان برداری قائم بکه باشد  $U'$  و  $\alpha'$  در هر نقطه همخط باشند۳. سرعت ان یعنی  $\alpha'$  همواره بر  $M$  قائم باشد۴. شتاب ان یعنی  $\alpha''$  همواره بر  $M$  قائم باشد۲۰- اگر  $E_1, E_2, E_3$  یک میدان سه وجهی روی رویه  $M$  و  $\theta_i$  فرمهای دو گان و  $\omega_{ij}$  ها فرمهای همبندی باشند کدام گزینه مربوط به معادله گاوس می باشد

$$\begin{cases} d\theta_1 = \omega_{12} \wedge \theta_2 & ۱ \\ d\omega_{13} = \omega_{12} \wedge \omega_{23} & ۲ \\ d\omega_{23} = \omega_{21} \wedge \omega_{13} & ۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} d\omega_{12} = \omega_{13} \wedge \omega_{32} & ۳ \\ \omega_{31} \wedge \theta_1 + \omega_{32} \wedge \theta_2 = 0 & ۴ \end{cases}$$

### سوالات تشریحی

۱- ابتدا ۱-فرمی  $\varphi$  را روی فضای  $E^3$  تعریف کنید و سپس نشان دهید رابطه  $d(\varphi \wedge \psi) = d\varphi \wedge \psi - \varphi \wedge d\psi$  برای هر ۱-فرمهای  $\varphi$  و  $\psi$  برقرار است. ۱.۴۰ نمره

۲- شرط لازم و کافی برای آنکه خم  $\beta$  با تندی واحد در  $E^3$  با  $\kappa > 0$  مسطح باشد ان است که  $\tau = 0$ . ۱.۴۰ نمره

۳- اگر  $E_1, E_2, E_3$  یک میدان سه وجهی روی فضای  $E^3$  باشد و فرمهای دو گان ان  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  و فرم های همبندی ان  $\omega_{ij}$  باشد در اینصورت معادله ساختاری نوع اول و دوم  $d\theta_i = \sum_j \omega_{ij} \theta_j$  و  $d\omega_{ij} = \sum_k \omega_{ik} \omega_{kj}$  که  $(1 \leq i, j \leq 3)$  را اثبات کنید. ۱.۴۰ نمره

۴- اگر  $F$  یک ایزومتري از  $E^3$  باشد بطوری که  $F(0) = 0$  در اینصورت  $F$  تبدیل تعامد است ۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید که  $M : (\sqrt{x^2 + y^2} - 4)^2 + z^2 = 4$  یک چنبره دورانی است. دایره نیمرخ و محور دوران ان را بیابید. ۱.۴۰ نمره