



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید  $G$  یک گروه از مرتبه ۲۰ و  $H$  زیر گروهی از  $G$  باشد که تعداد مزدوجهای آن در  $G$  برابر ۵ باشد. در این صورت مرتبه  $N_G(H)$  برابر است با

۱۰ . ۱      ۴ . ۲      ۵ . ۳      ۲۰ . ۴

۲- کدامیک از گروهها از مرتبه داده شده دوری است.

۲۱ . ۱      ۴۹ . ۲      ۳۹ . ۳      ۳۵ . ۴

۳- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $a \in Z(G)$ . در اینصورت کدام گزینه درست است.

۱.  $C(a) = Z(G)$       ۲.  $C(a) = G$       ۳.  $C(a) \subseteq Z(G)$       ۴.  $G = Z(G)$

۴- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $P$  یک زیر گروه  $-P$  سیلوی  $G$  باشد. در این صورت تعداد زیر گروههای  $-P$  سیلوی  $G$  برابر است با

۱.  $|N_G(P)|$       ۲.  $(N_G(P):P)$       ۳.  $|P|$       ۴.  $(G:N_G(P))$

۵- تعداد زیر گروههای ۳-سیلوی یک گروه از مرتبه ۴۵ برابر است با

۱ . ۱      ۵ . ۲      ۱۵ . ۳      ۳ . ۴

۶- کدامیک از گروههای زیر با مرتبه داده شده ساده هستند.

۲۴ . ۱      ۳۰ . ۲      ۲۹ . ۳      ۴۹ . ۴

۷- فرض کنید  $G$  یک گروه متناهی و  $P$  یک زیر گروه  $-P$  سیلوی  $G$  باشد. در اینصورت اگر  $H$  زیر گروهی از  $G$  باشد که  $N_G(P) \subseteq H$ ، آنگاه

۱.  $H \trianglelefteq G$       ۲.  $N_G(P) = P$       ۳.  $N_G(H) = H$       ۴.  $P \trianglelefteq G$

۸- فرض کنید  $M$  یک  $-R$  مدول و  $N$  و  $N'$  دو زیر مدول  $M$  باشند. در اینصورت  $Ann_R(N + N')$  برابر است با

۱.  $Ann_R(N) + Ann_R(N')$       ۲.  $Ann_R(N) \cap Ann_R(N')$

۳.  $Ann_R(N) \cup Ann_R(N')$       ۴.  $Ann_R(N) Ann_R(N')$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۹- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول و  $I$  ایدآلی از  $R$  باشد. در این صورت تحت کدام شرط زیر  $M$  یک  $\frac{R}{I}$ -مدول است.

$$1. I \cap Ann_R(M) \neq \emptyset \quad 2. I \cap Ann_R(M) = \emptyset \quad 3. I \subseteq Ann_R(M) \quad 4. Ann_R(M) \subseteq I$$

۱۰- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول و  $G_1$  و  $G_2$  زیر مدولهایی از  $M$  باشند به طوری که  $M = G_1 + G_2$  در این صورت

$$\frac{M}{G_1} \text{ یکرخت است با}$$

$$1. \frac{G_2}{G_2} \quad 2. \frac{G_1}{G_1} \quad 3. \frac{G_2}{G_1 \cap G_2} \quad 4. \frac{G_1}{G_1 \cap G_2}$$

۱۱- دنباله  $0 \rightarrow M \xrightarrow{f} L$  از  $R$ -مدول ها و  $R$ -همریختی ها کامل است اگر و فقط اگر

$$1. f \text{ یک به یک باشد} \quad 2. f \text{ پوشا باشد} \quad 3. f \text{ یکرختی باشد.} \quad 4. M = \{0\}$$

۱۲- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول و  $\nu: M \rightarrow M$  یک تکریختی روی  $M$  باشد در این صورت

۱. اگر  $M$  نوتری باشد آنگاه  $\nu$  یک یکرختی است.

۲. اگر  $M$  آرتینی باشد آنگاه  $\nu$  یک یکرختی است.

۳. اگر  $M$  متناهی مولد باشد آنگاه  $\nu$  یک یکرختی است.

۴. اگر  $R$  آرتینی باشد آنگاه  $\nu$  یک یکرختی است.

۱۳- حلقه اعداد صحیح  $\mathbb{Z}$  را در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱.  $\mathbb{Z}$  آرتینی است ولی نوتری نیست. ۲.  $\mathbb{Z}$  نوتری است ولی آرتینی نیست.

۳.  $\mathbb{Z}$  هم نوتری و هم آرتینی است. ۴.  $\mathbb{Z}$  نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۴- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول باشد در این صورت تحت کدامیک از شرایط زیر  $\frac{R}{Ann_R(M)}$  آرتینی است.

۱.  $M$  آرتینی است. ۲.  $M$  متناهی مولد باشد.

۳.  $M$  آرتینی و متناهی مولد باشد. ۴.  $Ann_R(M)$  آرتینی باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۱۵- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول باشد به طوری که هر زیر مدول  $M$  متناهی مولد باشد. در این صورت

۱.  $M$  نوتری است.  
 ۲.  $M$  آرتینی است.  
 ۳.  $M$  هم نوتری و هم آرتینی است.  
 ۴.  $M$  نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۶-  $Q$  را به عنوان  $Z$ -مدول در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱.  $Q$  نوتری است.  
 ۲.  $Q$  آرتینی است.  
 ۳.  $Q$  هم نوتری و هم آرتینی است.  
 ۴.  $Q$  نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۷- فرض کنید  $G$  یک  $R$ -مدول باشد که دارای یک سری ترکیبی است در این صورت

۱.  $G$  نوتری است ولی آرتینی نیست.  
 ۲.  $G$  آرتینی است ولی نوتری نیست.  
 ۳.  $G$  هم نوتری و هم آرتینی است.  
 ۴.  $G$  نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۸- فرض کنید  $G$  مدولی روی حلقه  $R$ ،  $H$  و  $H'$  زیر مدولهایی از  $G$  باشند که  $H' \not\subseteq H$  و  $\frac{G}{H}$  ساده باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

$$1. H + H' = H \quad 2. H + H' = H' \quad 3. \frac{G}{H'} \cong \frac{H'}{H \cap H'} \quad 4. \frac{G}{H} \cong \frac{H'}{H \cap H'}$$

۱۹- کدامیک از مدولهای زیر از طول متناهی هستند.

۱.  $Z$  به عنوان  $Z$ -مدول  
 ۲.  $Q$  به عنوان  $Z$ -مدول  
 ۳.  $Q$  به عنوان  $Q$ -مدول  
 ۴.  $Z$  به عنوان  $Z$ -مدول

۲۰- فرض کنید  $M$  یک  $R$ -مدول از طول متناهی و  $N$  زیر مدولی از  $M$  باشد. در این صورت

$$1. l\left(\frac{M}{N}\right) = \frac{l(M)}{l(N)} \quad 2. l\left(\frac{M}{N}\right) = l(M) + l(N)$$

$$3. l(N) = l\left(\frac{M}{N}\right) - l(M) \quad 4. l(N) = l(M) - l\left(\frac{M}{N}\right)$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۲۱- فرض کنید  $R$  یک حلقه جابجایی یکدار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.۱.  $R$  آرتینی است اگر و فقط اگر هر ایدال اول  $R$  متناهی مولد است.۲.  $R$  نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال اول  $R$  متناهی مولد باشد.۳.  $R$  آرتینی است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال  $R$  متناهی مولد باشد.۴.  $R$  نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال  $R$  متناهی مولد باشد.۲۲- فرض کنید  $R$  یک حلقه نوتری و  $I$  ایدالی از  $R$  باشد که  $I \subseteq \text{Jac}(R)$ . در این صورت اگر  $M = IM$ ، آنگاه کدامیک از گزینه های زیر نادرست است.۱.  $M$  نوتری است. ۲.  $M$  آرتینی است. ۳.  $M = 0$  ۴.  $M \neq 0$ ۲۳- فرض کنید  $R$  یک حلقه نوتری و  $I$  ایدالی از  $R$  باشد. اگر  $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$  آنگاه۱.  $IJ = I$  ۲.  $IJ = J$  ۳.  $I = J$  ۴.  $J = 0$ 

۲۴- کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست.

۱.  $Z[x, y]$  ۲.  $Q[x, y]$  ۳.  $Z_2[x]$  ۴.  $Q[x_1, x_2, \dots]$ ۲۵- کدامیک از  $Z$  -مدولهای زیر آزاد است.۱.  $Z \oplus Z_2$  ۲.  $Z_2$  ۳.  $Z \oplus Z$  ۴.  $Z_2 \oplus Z_3$ 

## سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $G$  یک گروه از مرتبه  $pq$  که  $p < q$  و  $q \not\equiv 1 \pmod{p}$ . ثابت کنید  $G$  دوری است. ۱.۷۵ نمره۲- فرض کنید  $G$  یک گروه متناهی باشد به طوری که  $|G| = p^m$ ،  $p$  یک عدد اول و  $m \in \mathbb{N}$ . در این صورت مرکز  $G$  از مرتبه  $p^\alpha$  است که  $0 < \alpha \leq m$ . ۱.۷۵ نمره۳- قضیه دوم یکرختی مدول ها را بیان و اثبات کنید. ۱.۷۵ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱.۷۵ نمره

۴- فرض کنید  $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$  یک دنباله کامل کوتاه از  $R$ -مدولها و  $R$ -همریختیها باشد. در این صورت  $M$  از طول متناهی است اگر و فقط اگر  $N$  و  $L$  از طول متناهی باشد. به علاوه اگر  $M$  از طول متناهی باشد آنگاه  $l(M) = l(L) + l(N)$