

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض هندسه (ریاضیات و کاربردها) (۱۱۱۱۳۷۰)

- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. اجتماع دو توپولوژی همواره یک توپولوژی است.

۲. اشتراک تعداد دلخواهی از مجموعه های بسته همواره یک مجموعه بسته است.

$\overline{Q} = R$. ۳ (با توپولوژی گستته)

$Q^o = R$. ۴ (باتوپولوژی معمولی)

- کدام گزینه نا درست است؟ (با توپولوژی معمولی روی \mathbb{R})

۱. \mathbb{Q} در \mathbb{R} چگال است.

۲. مجموعه ای باز در \mathbb{R} است.

۳. N مجموعه ای بسته در \mathbb{R} است.

-۳ اگر $A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in N \right\}$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. هیچ نقطه انباشتگی ندارد.

۲. $(\overline{A})^o$ تهی است.

۳. مجموعه ای باز است.

-۴ کدام گزینه درست است؟

$A^\circ = A \cup \partial A$. ۲

$Ext(A) = A^c$. ۱

$Ext(A \cup B) = ExtA \cap ExtB$. ۴

$Ext(X) = X$. ۳

-۵ کدام گزینه نادرست است؟

۱. A هم باز و هم بسته است اگر و فقط اگر ∂A ناتهی باشد.

۲. زیر فضای هر فضای توپولوژیک گستته، گستته است.

۳. اگر مجموعه A فاقد نقطه انباشتگی باشد، A بسته است.

۴. زیر فضای هر فضای توپولوژیک ناگستته، ناگستته است

-۶ کدام درست است؟

$\bigcap_{i \in I} \overline{A_i} \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i$. ۲

$\bigcup_{i \in I} \overline{A_i} \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i$. ۱

$Ext(A) = X - A$. ۴

$X - \overline{A} = Int(X - A)$. ۳

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

-۷ در مورد تابع $f: X \rightarrow Y$ کدام درست است؟

۱. هرتابع روی فضای متریک گستته X پیوسته است.

۲. برای هر زیرمجموعه X مانند A ، $f(\bar{A}) \subseteq f(A)$

۳. برای هر زیرمجموعه y مانند A ، $\overline{f^{-1}(A)} \subseteq \overline{f^{-1}(y)}$

۴. هرتابع به یک فضای متریک گستته Y پیوسته است

-۸ فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ یک تناظر یک بیک باشد. کدام درست است؟

۱. f باز است.

۲. f^{-1} باز است اگر و فقط اگر f بسته باشد.

-۹ کدام نادرست است؟

۱. تابع $f: R \rightarrow (-1,1)$ با ضابطه $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ یک همومorfیسم است.

۲. تابع $\tan: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow R$ همومorfیسم است.

۳. $[0,1]$ و $[1,\infty)$ همومorf هستند.

۴. S^1 و $[0,1]$ همومorf هستند.

-۱۰ فرض کنید A زیرمجموعه‌ای از فضای X باشد. در مورد تابع مشخصه‌ی A ، کدام درست است؟

۱. پیوسته است اگر و فقط اگر هم باز و هم بسته باشد.

۲. پیوسته است اگر و فقط اگر هم باز و هم بسته باشد.

۳. پیوسته است اگر و فقط اگر بسته باشد.

-۱۱ کدام درست است؟

۱. تحدید هر تابع باز، باز است.

۲. تحدید هر تابع بسته، بسته است.

۳. تابعی باز وجود دارد که تحدید آن باز نیست.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

- ۱۲- کدام درست است؟

۱. \mathbb{R} فشرده است

۲. هر زیر مجموعه از یک فضای فشرده، فشرده است.

۳. X فشرده است اگر هر پوشش باز از آن یک پوشش باز شمارا داشته باشد

۴. هر فضای گسسته و هر فضای ناگسسته، موضعاً فشرده است

- ۱۳- کدام یک، خاصیت توپولوژیکی نیست؟

۴. فشردگی

۳. فشردگی موضعی

۲. کرانداری

۱. همبندی

- ۱۴- کدام درست است؟

۱. در R^2 فشرده است. $\{(x, \sin \frac{1}{x}): 0 < x \leq 1\}$ ۱. در R^3 فشرده است. $\{(x, y, z): x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ ۴. در R^2 فشرده است. $\{(x, \frac{1}{x}): 0 < x \leq 1\}$ ۳. در R^2 فشرده است. $\{(0, \frac{1}{n}): n \in N\}$

- ۱۵- کدام نادرست است؟

۱. هر تابع حقیقی روی فضای فشرده X ، کراندار است۲. هر تابع حقیقی پیوسته روی فضای فشرده X ، اکسترمم دارد۳. هر مجموعه فشرده X ، بسته و کراندار است۴. $R - Q$ موضعاً فشرده نیست

- ۱۶- کدام درست است؟

۱. اجتماع تعداد دلخواهی از مجموعه های فشرده، فشرده است.

۲. در R^2 فشرده است. $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 1\}$ ۳. توپولوژی شعاع راست در \mathbb{R} فشرده است.

۴. در توپولوژی متمم شمارا همه زیر مجموعه ها فشرده اند.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۱۷- فرض کنید X همبند باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟۱. برای هر زیر مجموعه ناتهی A از X $\partial(A)$ تهی است.۲. X را میتوان به صورت اجتماع دو مجموعه باز ناتهی و جدا از هم خود نوشت۳. تمام زیر مجموعه های X هم باز و هم بسته اند۴. تصویر هر تابع پیوسته روی X ، همبند است

۱۸- کدام همبند است؟

$$X = [0,1] \cup (1,2]$$

$$X = \{(x, y) : x > 1, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) : 0 < x < 1, y = \frac{1}{x}\}$$

$$X = \{(x, y) : x > 0, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) : y = 0\}$$

$$S = \{0\} \cup \{\frac{1}{n} : n \in N\} \text{ که } X = [0,1] \times \{0\} \cup S \times [0,1]$$

۱۹- در مورد مولفه های X کدام نادرست است؟

۱. همواره بسته اند.

۲. X به شکل اجتماع مولفه های جدا از هم خود است.۳. تصویر یک مولفه با تابعی پیوسته روی X یک مولفه است.

۴. تصویر عکس یک مولفه، لازم نیست یک مولفه باشد.

۲۰- کدام یک، یک مولفه برای $X = [-1,0] \cup (0,1]$ است؟

$$[-1,1]$$

$$[-1,0]$$

$$[0,1]$$

$$(0,1]$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

و شته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۰

۲۱- کدام درست است؟

۱. اگر X شمارای اول باشد، شمارای دوم نیز هست.
۲. اگر X در اصل اول شمارایی صدق کند، هر زیر فضای آن نیز در اصل اول شمارایی صدق می کند
۳. حاصل ضرب دو فضای تفکیک پذیر، لزوماً تفکیک پذیر نیست
۴. اگر X لیندلوف باشد، هر زیر فضای آن نیز لیندلوف است

۲۲- در مورد فضای ناگسسته X ، کدام درست است؟

۱. X شمارای اول است.
۲. X شمارای دوم نیست.
۳. X تفکیک پذیر نیست.

۲۳- اگر X یک فضای T_1 باشد، آنگاه کدام درست است؟

۱. هر زیر مجموعه از X بسته است.
۲. هر زیر مجموعه نا متناهی از X بسته است.
۳. X یک فضای T_0 نیز هست.
۴. برای هر x ، مجموعه $\{x\}$ بسته است.

۲۴- در مورد فضای R با توپولوژی شاع راست، کدام درست است؟

۱. R یک فضای T_0 است.
۲. R یک فضای T_1 است.
۳. R یک فضای T_2 است.
۴. R یک فضای T_3 است.

۲۵- فرض کنید $f : Z \rightarrow \{0,1\}$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 0 & x = 2k, k \in Z \\ 1 & x = 2k+1, k \in Z \end{cases}$. کدام درست است؟

۱. f پیوسته است.
۲. اگر توپولوژی Z متمم متناهی باشد، f باز و پیوسته است.
۳. اگر توپولوژی $\{0,1\}$ گسسته باشد، f پیوسته است.
۴. f بسته است.

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

- ثابت کنید هر زیر فضای یک فضای گسسته، گسسته است و هر زیر فضای یک فضای ناگسسته، ناگسسته است.

۱.۷۵ نمره

- ثابت کنید هر زیر مجموعه بسته از یک فضای فشرده، فشرده است. با یک مثال نشان دهید هر زیر مجموعه از یک فضای فشرده، لزوماً فشرده نیست.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: توپولوژی عمومی

و شته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۵ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

۱.۷۵ ثابت کنید اگر X یک فضای زیر فضای همبند آن باشد و $Y \subseteq Z \subseteq \bar{Y}$ ، آنگاه Z همبند است. نشان دهید Q^c به عنوان زیر فضاهایی از R ناهمبند هستند.

۱.۷۵ فرض کنید X در دومین اصل شمارایی صدق می کند ، نشان دهید X لیندلوف است.