



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۱- اگر  $\langle e \rangle \subseteq H_n \subseteq H_{n-1} \subseteq \dots \subseteq H_0 = G$  یک سری حل پذیر برای  $G$  باشد آنگاه برای هر  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ۰۱.  $H_i$  ها زیرگروه نرمال  $G$  اند. ۰۲.  $H_i$  ها زیر گروه آبدی  $G$  اند.۰۳.  $\frac{H_i}{H_{i+1}}$  ها گروه حل پذیرند. ۰۴.  $\frac{H_i}{H_{i+1}}$  گروه دوری اند.۲- کدام یک از گروه های زیر حل پذیر نیست؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )۰۱.  $S_3$  ۰۲.  $D_{2n}$  ۰۳.  $D_{2n+1}$  ۰۴.  $S_5$ ۳- برای هر میدان  $F$  کدام گزینه درست است؟۰۱. هر ایده آل  $F[x]$  اصلی است. ۰۲.  $F[x]$  یک میدان است.  
۰۳. هر ایده آل  $F[x]$  اول است. ۰۴. هر ایده آل  $F[x]$  ماکسیمال است.۴- اگر  $f(x) = x^2 + 1 \in R[x]$  و  $J = (f)$  باشد آنگاه۰۱.  $J$  یک ایدآل ماکسیمال است. ۰۲.  $\frac{R[x]}{J} \cong R$   
۰۳.  $J$  یک ایدآل اول است. ۰۴.  $\frac{R[x]}{J}$  یک حوزه صحیح است.۵- اگر  $h \in Q[x]$  و عناصر اولیه  $f, g \in Z[x]$  طوری باشند که  $f = gh$  آنگاه۰۱.  $h$  یکه است. ۰۲.  $h$  عنصر اولیه است. ۰۳.  $h \in Z[x]$  ۰۴.  $(f, g) = 1$ ۶- کدام چندجمله ای در حلقه چندجمله ای های داده شده تحویل ناپذیر است؟۰۱.  $\hat{3}x^4 + \hat{1}x^2 + \hat{3} \in F_7[x]$  ۰۲.  $4x^3 - x^2 + 7 \in Q[x]$   
۰۳.  $x^3 + x^2 + x + 1 \in F[x]$  ۰۴.  $x^3 + x^2 + x + 1 \in Q[x]$ ۷- اگر  $\omega = \sqrt[3]{2}$  باشد عنصر  $\omega^2 - 2\omega^5$  در  $Q[\omega]$  برابر با کدام گزینه می باشد؟۰۱.  $3\omega^2$  ۰۲.  $\omega^2$  ۰۳.  $4\omega^2$  ۰۴.  $-3\omega^2$ ۸- اگر  $K \prec F$  و  $u \in F$  و  $\theta_u: K[x] \rightarrow F$  باضابطه  $\theta_u(f) = f(u)$  باشد، کدام گزینه با سه گزینه دیگر معادل نیست؟۰۱.  $u$  روی  $K$  متعالی است.  
۰۲. هیچ چندجمله ای ناصفر  $f \in K[x]$  وجود ندارد که  $f(u) = 0$ .  
۰۳.  $\ker(\theta_u) = \{0\}$   
۰۴.  $K[u] = K(u)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۹- اگر  $p$  عددی اول باشد آنگاه مقدار  $[Q(\sqrt[p]{2}) : Q]$  کدام گزینه است؟

۱.  $p$       ۲.  $p^2$       ۳.  $p+1$       ۴.  $p-1$

۱۰- اگر  $p$  عددی اول و  $\zeta$  یک ریشه  $p$  ام اولیه واحد روی  $Q$  باشد کدام گزینه درست است؟۱. چند جمله ای مینیمال  $\zeta$  روی  $Q$  از درجه  $p$  است.۲. چند جمله ای  $f(x) = x^p - 1$  روی  $Q$  تحویل ناپذیر است.۳. هر کدام از عناصر  $\zeta, \zeta^2, \dots, \zeta^{p-1}$  مزدوج  $\zeta$  روی  $Q$  است.۴. مجموعه  $\{1, \zeta, \zeta^2, \dots, \zeta^{p-1}\}$  روی  $Q$  مستقل است.۱۱- اگر  $u$  ریشه ای از چندجمله ای  $f(x) = x^2 + x + \hat{1} \in F_2[x]$  باشد آنگاه عنصر  $u^3 \in F$  در  $F_2[u]$  برابر با کدام گزینه است؟

۱.  $u$       ۲.  $\hat{1}$       ۳.  $u + \hat{1}$       ۴.  $\frac{\hat{1}}{u}$

۱۲- اگر  $G$  گروه  $Q$  -خودریختی های میدان  $F = Q(\sqrt[3]{2})$  باشد آنگاه مقدار  $o(G)$  کدام گزینه است؟

۱. ۳      ۲. ۴      ۳. ۱      ۴. ۲

۱۳- بعد توسیع  $F = Q(\sqrt[4]{2}, i)$  روی  $Q$  کدام گزینه می باشد؟

۱. ۲      ۲. ۴      ۳. ۶      ۴. ۸

۱۴- کدام یک از میدان های زیر جبری - بسته نیست؟

۱. میدان اعداد مختلط

۲. یک میدان متناهی

۳. میدانی که چندجمله ای های نا ثابت با ضرایب در آن دارای ریشه باشند.

۴. میدانی که فاقد توسیع جبری سره باشد.

۱۵- اگر  $f(x) = x^{11} - 2$  و  $F$  میدان شکافنده  $f$  روی  $Q$  باشد آنگاه عدد  $[F : Q]$  کدام گزینه می باشد؟

۱. ۱۱۰      ۲. ۱۰      ۳. ۱۱      ۴. ۱۲۱



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۱۶- اگر  $F$  یک میدان متناهی از مشخصه عدد اول  $p$  باشد آنگاه کدام گزینه نادرست است؟۱. هر توسیع  $F$  نیز از مشخصه  $p$  است.۲.  $F$  دارای  $p^n$  عنصر است که  $n \in \mathbb{N}$ .۳. برای هر  $u \in F$  عنصر منحصر بفرد  $v \in F$  وجود دارد به گونه ای  $v^p = u$ .۴. هر عضو  $F[x]$  بر حسب  $x^p$ ، روی  $F$  تفکیک پذیر است.۱۷- اگر  $p$  عددی اول و  $n \in \mathbb{N}$  و  $F$  یک میدان با  $p^n$  عنصر باشد آنگاه  $F$  میدان شکافنده کدام چندجمله ای روی  $F_p$  است؟

۱.  $f(x) = x^{p^n} - x$

۲.  $f(x) = x^{p^n} - 1$

۳.  $f(x) = x^{p^n} + 1$

۴.  $f(x) = x^{p^n} + x$

۱۸- اگر  $F = Q(\sqrt[3]{2})$  و  $G = Gal_Q F$  آنگاه کدام گزینه درست است؟۱.  $F$  یک توسیع نرمال  $Q$  است.

۲.  $Gal_Q F = \langle i_F \rangle$

۳.  $F$  یک میدان شکافنده  $x^5 - 2$  است.۴.  $F$  در  $Q$  بسته است.۱۹- اگر  $F$  یک توسیع نرمال متناهی  $K$  و  $K < E < F$  و  $G = Gal_K F$  باشد در چه صورتی  $E$  تحت عناصر  $G$  پایدار است؟۱. هرگاه  $K$  در  $F$  بسته باشد.۲. هرگاه  $E$  در  $F$  بسته باشد.۳. هرگاه  $E$  در  $F$  روی  $K$  نرمال باشد.۴. هرگاه تمامی زیرگروه های  $G$  بسته باشد.۲۰- اگر  $K < F$  که  $F$  یک توسیع نرمال متناهی از  $K$  و  $G = Gal_K F$  باشد آنگاه۱.  $K$  در  $F$  بسته است.

۲.  $o(G) = [F : K]$

۳.  $F$  یک میدان شکافنده از یک چندجمله ای تفکیک پذیر روی  $K$  است.۴.  $F$  یک توسیع ساده  $K$  است.۲۱- اگر  $\zeta$  یک ریشه هفتم اولیه واحد و  $E = Q(\zeta)$  و  $G = Gal_Q E$  باشد آنگاه  $G$  با کدام گروه یکرخت است؟

۱.  $Z_7$

۲.  $\langle \zeta \rangle$

۳.  $Z_7^\times$

۴.  $Z_6^\times$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۲)

۲۲- گروه گالوای کدام چندجمله ای با گروه متقارن  $S_5$  یکرینخت است؟

۱.  $f(x) = x^5 + 5x^4 - 5$

۲.  $f(x) = x^5 + x$

۳.  $f(x) = x^5 - 1$

۴.  $f(x) = x^5 + 5x^3 + x$

۲۳- اگر  $K < F < E$  آنگاه کدام گزینه درست است؟۱. اگر  $E$  یک توسیع رادیکال  $K$  باشد آنگاه  $F$  نیز توسیع رادیکال  $K$  است.۲. اگر  $E$  یک توسیع رادیکال  $F$  باشد آنگاه  $E$  توسیع رادیکال  $K$  نیز است.۳. اگر  $N$  بستارنرمال  $F$  و  $F$  یک توسیع رادیکال  $K$  باشد  $N$  نیز توسیع رادیکال  $K$  است.۴. اگر  $K < L < E$  و هر دوی  $F$  و  $L$  توسیع های رادیکال  $K$  باشد  $FL$  نیز توسیع رادیکال  $K$  است.

۲۴- کدام یک از چند ضلعی های زیر ساخت پذیر است؟

۱. ۱۳ ضلعی

۲. ۱۹ ضلعی

۳. ۸ ضلعی

۴. ۱۷ ضلعی

۲۵- اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n > 2$  و  $f(x) = x^n - 2$  و  $(n, \varphi(n)) = 1$  باشد آنگاه گروه گالوای  $f$  روی  $Q$  از کدام مرتبه است؟۱.  $\varphi(n)$ ۲.  $n\varphi(n)$ ۳.  $n^2\varphi(n)$ ۴.  $n - \varphi(n)$ 

### سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $f$  یک عنصر اولیه  $\mathbb{Z}[x]$  باشد. ثابت کنید  $f$  دارای تجزیه ای نابدیهی در  $\mathbb{Q}[x]$  است اگر و تنها اگر  $f$  دارای تجزیه ای نابدیهی در  $\mathbb{Z}[x]$  باشد.

۲- فرض کنید  $K < E < F$  توسیع هایی از میدان ها باشد به طوری که  $E$  روی  $K$  و  $F$  روی  $E$  جبری باشند، ثابت کنید  $F$  روی  $K$  جبری است.

۳- فرض کنید  $K < F$ ،  $G = Gal_K F$  به طوری که  $[F : K]$  متناهی باشد. ثابت کنید:  
$$o(G) \leq [F : K].$$

۴- فرض کنید  $m \in \mathbb{N}$ ،  $\zeta$  یک ریشه  $m$ ام اولیه واحد و  $F = K(\zeta, u)$  بطوری که  $u^m \in K$ . ثابت کنید:  
الف)  $F$  روی  $K$  نرمال است.  
ب) اگر  $G = Gal_K F$  آنگاه  $G$  گروهی حل پذیر است.