



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰-، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- یک دستگاه همگن از معادلات خطی که در آن تعداد متغیرها بیشتر از تعداد معادلات است دارای

۰۱. تعداد بسیاری جواب است.

۰۲. جواب نیست.

۰۳. یک جواب است.

۰۴. جواب صفر است.

۲- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^4 برابر است با:

$$۰۱. \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad ۰۲. \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad ۰۳. \begin{bmatrix} 11 & -10 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} \quad ۰۴. \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ -5 & 11 \end{bmatrix}$$

۳- ماتریس مربعی A را بچ توان گوئیم هرگاه عدد صحیح مثبت t وجود داشته باشد به طوری که:

$$۰۱. A^t = 0 \quad ۰۲. A^t = I \quad ۰۳. A^t = A \quad ۰۴. A^t = A^2$$

۴- فرض کنید A و B دو ماتریس و C یک اسکالر باشد، کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

$$۰۱. (A+B)^t = A^t + B^t \quad ۰۲. (AB)^t = A^t B^t$$

$$۰۳. (A^t)^t = A \quad ۰۴. (cA)^t = cA^t$$

۵- با فرض $A = \begin{bmatrix} 2+3i & 1-4i \\ 6 & 7i \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^* برابر است با:

$$۰۱. \begin{bmatrix} 2+3i & 2 \\ 1+4i & -7i \end{bmatrix} \quad ۰۲. \begin{bmatrix} 2-3i & 1+4i \\ 6 & -7i \end{bmatrix}$$

$$۰۳. \begin{bmatrix} 2+3i & 1+4i \\ 6 & 7i \end{bmatrix} \quad ۰۴. \begin{bmatrix} 2-3i & 6 \\ 1+4i & -7i \end{bmatrix}$$

۶- فرض کنید ماتریس A یک ماتریس $n \times n$ باشد، در این صورت A معکوس پذیر است اگر و تنها اگر فرم پلکانی تحویل یافته آن باشد.

$$۰۱. \text{ماتریس صفر} \quad ۰۲. \text{ماتریسی متقارن} \quad ۰۳. \text{ماتریسی پادمتقارن} \quad ۰۴. \text{ماتریس } I_n$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محص)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ - ، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

$$۷- \text{دترمینان ماتریس } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \text{ برابر است با:}$$

- ۳ .۱ ۶ .۲ ۱۰ .۳ ۵ .۴

۸- اگر ماتریس B با جابجایی دو سطر (ستون) متوالی ماتریس A به دست آمده باشد آنگاه:

$$۱ .۱ \quad |B| = |A| \quad ۲ .۲ \quad |B| = 2|A| \quad ۳ .۳ \quad |B| = -|A| \quad ۴ .۴ \quad |B| = |A|/2$$

۹- کدام یک از ماتریس های زیر معکوس پذیر نیست؟

$$۱ .۱ \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad ۲ .۲ \quad \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad ۳ .۳ \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad ۴ .۴ \quad \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۰- حاصل ضرب نقطه ای بردارهای $u = (1, -2, 4)$ و $v = (3, 0, 2)$ برابر است با:

- ۱۰ .۱ ۷ .۲ ۱۱ .۳ ۵ .۴

۱۱- زاویه بین بردارهای $u = (1, 0, 0)$ و $v = (1, 0, 1)$ در R^3 کدام است؟

- ۶۰° .۱ ۳۰° .۲ ۹۰° .۳ ۴۵° .۴

$$۱۲- \text{تبدیل خطی } T: R^2 \rightarrow R^3 \text{ را به صورت } T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x-y \\ 2y \\ x+3y \end{bmatrix} \text{ در نظر بگیرید. تصویر بردار } \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ تحت } T$$

برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟

$$۱ .۱ \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ۲ .۲ \quad \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad ۳ .۳ \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad ۴ .۴ \quad \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۱۳- عملگر $T: R^2 \rightarrow R^2$ با ضابطه تعریف $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = r\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. T انبساطی از مضرب r نامیده می شود اگر:

۱. $r=1$ ۲. $r>1$ ۳. $r=0$ ۴. $r<1$

۱۴- فرض کنید V یک فضای برداری و U یک زیرمجموعه ناتهی V باشد، U را یک زیرفضای V می نامیم هرگاه تحت بسته باشد.

۱. جمع و ضرب اسکالر ۲. ضرب اسکالر ۳. جمع بردارها ۴. جمع و ضرب بردارها

۱۵- بردارهای v_1, v_2, \dots, v_m یک فضای برداری را تولید می کنند هرگاه هر بردار در فضای برداری

۱. برابر جمعی از این بردارها باشد ۲. حاصل ضرب این بردارها باشد
۳. ترکیب خطی از این بردارها باشد ۴. مجموع این بردارها باشد

۱۶- مجموعه بردارهای $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ را مستقل خطی گوئیم هرگاه از $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_mv_m = 0$ نتیجه شود:

۱. $\forall i = 1, \dots, m \quad c_i = v_i$ ۲. $\exists i = 1, \dots, m \quad c_i = v_i$
۳. $\exists i = 1, \dots, m \quad c_i = 0$ ۴. $\forall i = 1, \dots, m \quad c_i = 0$

۱۷- مجموعه ای متناهی از بردارها همانند $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ را یک پایه فضای برداری V می نامیم هرگاه

۱. این مجموعه V را تولید کند و وابسته خطی باشد. ۲. این مجموعه V را تولید کند.
۳. این مجموعه V را تولید کند و مستقل خطی باشد. ۴. این مجموعه مستقل خطی باشد.

۱۸- فرض کنید V یک فضای برداری با پایه m عضوی $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ باشد. در این صورت هر بردار در V دارای نمایش

۱. منحصر بفردی به فرم $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_mv_m$ است.
۲. به فرم $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_mv_m$ است.
۳. به فرم $c_iv_i + c_jv_j$ است.
۴. منحصر بفردی به فرم c_iv_i است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ - ، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۱۹- رتبه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ برابر است با:

۱. ۳ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. ۴

۲۰- فاصله نقطه $x = (4, 1, -7)$ در R^3 از زیر فضای W که در آن $proj_W^x = (4, -3, -3)$ ، برابر است با

۱. ۵ ۲. $\sqrt{41}$ ۳. ۶ ۴. $\sqrt{32}$

۲۱- مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ عبارتند از:

۱. ۱ و ۱- ۲. ۲ و ۱ ۳. ۲ و ۱- ۴. ۲ و ۲-

۲۲- ماتریس مربعی A قطری شدنی نامیده می شود هرگاه یک ماتریس C وجود داشته باشد به طوری که ماتریسی قطری باشد.

۱. $D = C^{-1}A^{-1}C$ ۲. $D = C^{-1}AC$ ۳. $D = CA^{-1}C^{-1}$ ۴. $D = CA^{-1}C$

۲۳- ریشه های معادله مشخصه ماتریس $\begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 3 & 0 \\ 2\sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$ عبارتند از:

۱. $3, \pm 2$ ۲. $2, \pm 3$ ۳. ۳, ۲ ۴. $2, \pm 3$

۲۴- بعد هسته تبدیل خطی T تعریف شده توسط ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۳ ۳. صفر ۴. ۲



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۲۵- بردار مختصاتی $v = (2, -5, 10)$ نسبت به پایه یکه متعامد $B = \left\{ (1, 0, 0), \left(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \left(0, \frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right) \right\}$ برابر است با:

$$v_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix} \quad .۴ \quad v_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix} \quad .۳ \quad v_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ 5 \end{bmatrix} \quad .۲ \quad v_B = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ 5 \end{bmatrix} \quad .۱$$

سوالات تشریحی

۱- قضیه نامساوی کوشی-شوارتز را بیان و ثابت کنید.

۱.۷۵ نمره

۲- بردار $v = (3, 2, 6)$ در R^3 را در نظر بگیرید. فرض کنید W زیرفضایی از R^3 متشکل از همه بردارهایی به صورت (a, b, b) باشد. بردار v را به صورت حاصل جمع برداری در W و برداری عمود بر W تجزیه کنید.

۱.۷۵ نمره

۳- معادله تفاضلی $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ را برای $n = 3, 4, 5, \dots$ با شرط های اولیه $a_1 = 0$ و $a_2 = 1$ حل کنید.

۱.۷۵ نمره

۴- الف) ماتریسی را تعیین کنید که از اعمال زیر حاصل شده است. انعکاس نسبت به محور x ها سپس دوران به

۱.۷۵ نمره

اندازه $\frac{\pi}{2}$ و بعد انبساط از مضرب ۳.

ب) تصویر نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ را تحت این دنباله از تبدیلات بیابید.