



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

-۱ اگر $r \in Q$ و $r^n \in Z$ آنگاه

۱. $\sqrt[n]{r} \in Z$.۱ ۲. $r \in R - Q$.۲ ۳. $r \in Q - Z$.۳ ۴. $r \in Z$.۴

-۲ کدام گزینه در مورد $d = (a, b)$ درست است؟۱. d کوچکترین ترکیب خطی مثبت a و b باضرایب صحیح است.۲. ترکیب خطی $d = ax + by$ منحصر بفرد است.۳. اگر $e = ax + by$ آنگاه $e = d$ ۴. اگر $e = ax + by$ آنگاه $e | d$ -۳ برای هر عدد طبیعی a و b و c و n کدام گزینه درست است؟۱. $[a, a+1, a+2] = a(a+1)(a+2)$.۱۲. $[ab, ac, bc](a, b, c) = abc$.۲۳. $(a, a+1, a+2) = 1$.۳۴. $[a^n, b^n, c^n] = [a, b, c]^n$.۴-۴ اگر a و b و n و α اعداد طبیعی و p یک عدد اول باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟۱. $E_p(n!) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{n}{p^k} \right]$ در فرمول تعداد جملات نامتناهی است.۲. $E_p(a!(p-a)!) = E_p(p!) = 1$.۲۳. $E_p\left(\frac{b}{a}\right) = E_p(b) - E_p(a)$ اگر فقط $a | b$.۳۴. $E_p(k!(n-k)!) < E_p(n!)$.۴-۵ اگر a و b و c اعداد صحیح باشند کدام گزینه در مورد تعداد جوابهای مثبت معادله سیاله $ax + by = c$ درست است؟۱. نامتناهی است. اگر $a, b, c \in N$ ، متناهی است .۲۳. اگر $c | (a, b)$ ، متناهی است. اگر $(a, b) = 1$ ، متناهی است. .۴



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۶- اگر p و α یک عدد طبیعی باشد آنگاه تعداد اعداد در مجموعه $A = \{1, 2, \dots, p^\alpha\}$ که نسبت به p^α اول نیستند چند تاست؟

۱. $p^\alpha - p^{\alpha-1}$ ۲. $p^{\alpha-1}$ ۳. $p^\alpha - 1$ ۴. $p^\alpha - p$

۷- اگر m و d اعداد طبیعی و $d \mid m$ ، آنگاه تعداد اعداد صحیح k بطوریکه $(k, m) = d$ چند تاست؟

۱. $\phi(m)$ ۲. $\phi(d)$ ۳. $\phi\left(\frac{m}{d}\right)$ ۴. $\frac{m}{d}$

۸- مجموع عناصر دستگاه مخفف مانده ها به هنگ ۱۰۰ کدام گزینه است؟

۱. ۲۰۰۰ ۲. ۲۰۰۱ ۳. ۱۰۰۱ ۴. ۱۹۰۱

۹- اگر a^* یک عکس حسابی a به هنگ m و $b \in Z$ باشد آنگاه کدام گزینه مغایر با بقیه است؟

۱. b یک عکس حسابی a به هنگ m است. ۲. $b \equiv a^* \pmod{m}$ ۳. $(b, m) = 1$ ۴. $b \in \overline{a^*}$

۱۰- کدام گزینه جوابی از معادلهٔ همبستگی $4x + 6y \equiv 10 \pmod{14}$ می باشد؟

۱. $\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{7} \\ y \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$ ۲. $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{7} \\ y \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$ ۳. $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{7} \\ y \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$ ۴. $\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{7} \\ y \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$

۱۱- باقیماندهٔ تقسیم 3^{200} بر ۳۵ چند است؟

۱. ۳ ۲. ۶ ۳. ۷ ۴. ۱۶

۱۲- کدام یک از دستگاههای معادلات همبستگی زیر حلپذیر است؟

۱. $\begin{cases} 5x \equiv 4 \pmod{7} \\ 3x \equiv 2 \pmod{14} \end{cases}$ ۲. $\begin{cases} 3x \equiv 1 \pmod{10} \\ 4x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$ ۳. $\begin{cases} 3x \equiv 4 \pmod{5} \\ 2x \equiv 3 \pmod{10} \end{cases}$ ۴. $\begin{cases} 3x \equiv 1 \pmod{4} \\ 5x \equiv 4 \pmod{6} \end{cases}$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۱۳- کدام یک از معادلات همنهشتی زیر دقیقاً به اندازه درجه چند جمله ای داده شده جواب ناهمنهشت دارد؟

$$x^5 \equiv 1 \pmod{17} \quad .۲$$

$$x^5 + x + 1 \equiv 0 \pmod{7} \quad .۱$$

$$x^7 + x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{3} \quad .۴$$

$$x^4 \equiv 1 \pmod{17} \quad .۳$$

۱۴- کدام گزینه درست است؟

$$\text{ord}_{[6,8]}^5 = 3 \quad .۴$$

$$\text{ord}_{14}^3 = 2 \quad .۳$$

$$\text{ord}_{7 \times 1 \times 14}^{25} = 5 \quad .۲$$

$$\text{ord}_{10}^{36} = 2 \quad .۱$$

۱۵- کدام یک از توابع حسابی زیر ضربی نیست؟

$$\sigma_k(n) \quad .۴$$

$$\sigma(n) \quad .۳$$

$$\prod_{d|n} d \quad .۲$$

$$\tau(n) \quad .۱$$

۱۶- اگر f تابع ضربی و غیرصفر μ تابع مویبوس و n و α عدد طبیعی و P عدد اول باشد آنگاه کدام گزینه مغایر با بقیه است؟

$$f^{-1}(n) = \mu(n)f(n), n \text{ برای هر } .۲$$

$$f \text{ ضربی قوی است.} \quad .۱$$

$$f^{-1}(p^\alpha) = 0, \alpha \geq 2 \text{ برای هر } .۴$$

$$f^{-1}(p^2) = (f(p))^2 - f(p^2), p \text{ برای هر } .۳$$

۱۷- کدام گزینه درست است؟

$$۱۰ \text{ عدد زاید است.} \quad .۲$$

$$۴۹۶ \text{ عدد تام است.} \quad .۱$$

$$۲۸۴ \text{ و } ۲۱۰ \text{ زوج متحابند.} \quad .۴$$

$$۳۶ \text{ عدد ناقص است.} \quad .۳$$

۱۸- اگر P یک عدد اول باشد کدام گزینه همواره زوج است؟

$$\tau(p) \quad .۴$$

$$\varphi(p) \quad .۳$$

$$\sigma(p) \quad .۲$$

$$\sigma_k(p) \quad .۱$$

۱۹- مقدار ind_3^{49} همنهشت کدام اعداد به پیمانه ۱۰ می باشد؟

$$۲ \quad .۴$$

$$۷ \quad .۳$$

$$۶ \quad .۲$$

$$۳ \quad .۱$$

۲۰- کدام یک از معادلات همنهشتی زیر حل پذیر است؟

$$x^2 \equiv 5 \pmod{43} \quad .۴$$

$$x^2 \equiv 2 \pmod{13} \quad .۳$$

$$x^2 \equiv 2 \pmod{19} \quad .۲$$

$$x^2 \equiv 2 \pmod{17} \quad .۱$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۲۱- اگر P یک عدد اول فرد و $(a, p) = 1$ باشد در این صورت کدام خاصیت زیر در مورد نماد لژاندر نادرست است؟

$$\begin{array}{llll}
 \cdot ۱ & \left(\frac{a}{p}\right) \equiv a^{\frac{p-1}{2}} \pmod{p} & \cdot ۲ & \sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p}\right) = 0 \\
 \cdot ۳ & \sum_{a=1}^{p-2} \left(\frac{a^2+a}{p}\right) = 0 & \cdot ۴ & \left(\frac{a^2}{p}\right) = 1
 \end{array}$$

۲۲- همگرایی ۳-ام کسر مسلسل ساده متناهی $\langle 1, 2, 1, 1, 3, 5 \rangle$ کدام گزینه است؟

$$\begin{array}{llll}
 \cdot ۱ & \frac{4}{3} & \cdot ۲ & \frac{7}{5} \\
 \cdot ۳ & \frac{5}{7} & \cdot ۴ & \frac{3}{4}
 \end{array}$$

۲۳- اگر $c_k (k \geq 0)$ -امین همگرایی کسر مسلسل ساده نامتناهی $\langle a_0, a_1, a_2, \dots \rangle$ باشد آنگاه برای هر دو عدد صحیح نامنفیدلخواه i و j ، کدام نامساوی درست است؟

$$\begin{array}{llll}
 \cdot ۱ & c_{2i} < c_{2j+1} < \lim_{k \rightarrow \infty} c_k & \cdot ۲ & c_{2i+1} < c_{2j} < \lim_{k \rightarrow \infty} c_k \\
 \cdot ۳ & c_{2i+1} < \lim_{k \rightarrow \infty} c_k < c_{2j} & \cdot ۴ & c_{2i} < \lim_{k \rightarrow \infty} c_k < c_{2j+1}
 \end{array}$$

۲۴- کسر مسلسل ساده نامتناهی $\langle -2, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots \rangle$ کدام یک از اعداد اصم زیر می باشد؟

$$\begin{array}{llll}
 \cdot ۱ & -\sqrt{3} & \cdot ۲ & \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\
 \cdot ۳ & \sqrt{3} & \cdot ۴ & -2+\sqrt{3}
 \end{array}$$

۲۵- بسط به صورت کسر مسلسل ساده نامتناهی عدد اصم α متناوب است اگر فقط اگر

$$\cdot ۱ \quad 0 < \bar{\alpha} < 1 \text{ و } \alpha > 1 \quad \cdot ۲ \quad -1 < \bar{\alpha} < 0 \text{ و } \alpha > 1$$

$$\cdot ۳ \quad -1 < \bar{\alpha} < 0 \text{ و } -1 < \alpha < 0 \quad \cdot ۴ \quad 0 < \bar{\alpha} < 1 \text{ و } -1 < \alpha < 0$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- فرض کنید n یک عدد طبیعی و P یک عدد اول باشد ثابت کنید

$$E_p(n!) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{n}{P^k} \right]$$

نمره ۱.۷۵

۲- (قضیه فرما) فرض کنید m یک عدد طبیعی و a یک عدد صحیح بطوریکه $(a, m) = 1$ ، ثابت کنید

$$a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

نمره ۱.۷۵

۳- فرض کنید n عدد تام زوج باشد، ثابت کنید عدد اولی به صورت $2^k - 1$ وجود دارد بطوریکه

$$n = 2^{k-1}(2^k - 1)$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۱۰۷۵ نمره

۴- ثابت کنید مقدار هر کسر مسلسل ساده نامتناهی یک عدد اصم است.