۱- کدامیک از گزینه های زیر درست می باشد؟

۱. هر دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی V معادل می باشند.

۲. هر دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی Vبا بعد متناهی معادل می باشند.

۳. هیچ دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی Vنمی توانند معادل باشند.

۴. هر دو نرم روی هر فضای برداری Vبا بعد متناهی معادل می باشند.

۲- هر گاه W، V و H فضای نرم دار و $T \in L(V, W)$ و $S \in L(W, H)$ آنگاه

۱. $\|ST\| \geq \|S\|\|T\|$

۲. $\|ST\| = \|S\|\|T\|$

۳. $\|ST\| \leq \|S\|\|T\|$

۴. $\|S+T\| = \|S\| + \|T\|$

۳- هرگاه f یک نگاشت C^1 از مجموعه $D \subseteq R^n$ به R^n باشد و $f'(x)$ به ازای هر $x \in D$ وارون پذیر باشد آنگاه

۱. f یک نگاشت باز است

۲. f یک به یک است

۳. f پوشا ست.

۴. f نیز وارونپذیر است.

۴- عملگر خطیB بر R^n که جفتی از اعضای پایه متعارف را با هم عوض کرده و بقیه را ثابت بگذارد چه نامیده می شود؟

۱. ضربه

۲. اولیه

۳. مقدماتی

۴. متناوب

۵- اگرT یک تبدیل خطی روی فضای برداری Vباشد آنگاه

۱. T یک به یک است

۲. T پوشا است

۳. Tیک به یک است اگر و تنها اگر T پوشا باشد

۴. اگر بعد Vمتناهی باشد در اینصورت T یک به یک است اگر و تنها اگر پوشا باشد.

۶- $f \in C^k(D)$ بدان معنی است:

۱. f در هر نقطه از D از مرتبه k ام مشتق پذیر است.

۲. f در هر نقطه از D از مرتبه k ام مشتق پذیر است و مشتق مرتبه kام f در هر نقطهD پیوسته است.

۳. مشتق مرتبه kام f در هر نقطهD پیوسته است.

۴. f در $D \subseteq \mathrm{R}^k$ پیوسته است.

۷- نام قضیه زیر چه است؟

"فرض کنید f یک نگاشت C^1 از مجموعه باز $D \subseteq R^{n+m}$ به R^n باشد به طوری که به ازای نقطه ای مانند $(a,b) \in D$ داشته باشیم $f(a,b)=0$ قرار می دهیم $f'(a,b)=A$ و فرض کنید A_x معکوس پذیر باشددر اینصورت مجموعه باز $U \subseteq R^{n+m}$ شامل (a,b) و مجموعه باز $W \in R^n$ شامل b و C^1 - نگاشت g از W به R^n موجودند به طوریکه $g(b)=a$ و $f(g(y),y)=0 \quad (y \in w)$ همچنین $g'(b)=-(A_x{}^{-1})Ay$ ".

۱. تابع ضمنی
۲. تابع معکوس
۳. رتبه
۴. دستور لایبنیتس

۸- کدام گزینه در مورد تابع زیر برقرار نیست؟

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

۱. f درهر نقطه از R^2 پیوسته است.

۲. $D_1 f$ و $D_2 f$ در هر نقطه از R^2 پیوسته است.

۳. $D_{12}f, D_{21}f$ درهرنقطه از R^2 به جز (۰،۰)پیوسته است.

۴. $D_{21}f(0,0)=D_{12}f(0,0)$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰** **سری سوال : ۱ یک**

عنـــوان درس: آنالیز ریاضی،آنالیزریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی)،ریاضی محض (آنالیز)،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۴۳۲

۹– هر گاه بربازه I $(I \subseteq R^n)$ افراز P' ظریفتر از P و $f: I \to R$ تابعی کراندار باشد آنگاه

۱. $L(P,f) \le L(P',f)$, $U(P',f) \le U(P,f)$

۲. $L(P',f) \le L(P,f)$ $U(P',f) \le U(P,f)$

۳. $L(P,f) \le L(P',f)$, $U(P,f) \le U(P',f)$

۴. $L(P',f) \le L(P,f)$, $U(P,f) \le U(P',f)$

۱۰– مساحت ناحیه محدود به منحنی های $xy=1, xy=2, y=x, y=2x$ در R^2 برابر است با:

۱. ۲   ۲. Ln2   ۳. Ln2+۲   ۴. ۲Ln2

۱۱– اگر $A \subseteq R^n$ یک بازه بسته ، $f: A \to R$ تابعی کراندار باشد و $B = \{x \in A \mid$ پیوسته نیست x در f $\}$ در این صورت f بر A انتگرال پذیر است اگر وتنها اگر :

۱. B متناهی باشد   ۲. B از اندازه صفر باشد   ۳. B نامتناهی باشد   ۴. B شمارا باشد

۱۲– کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

۱. $S \otimes (T_1 + T_2) = S \otimes T_1 + S \otimes T_2$ ۲. $S \otimes T = T \otimes S$

۳. $(aS) \otimes T = S \otimes (aT) = a(S \otimes T)$ ۴. $(S \otimes T) \otimes U = S \otimes (T \otimes U)$

۱۳– کدامیک از گزینه های زیر ۳- فرم در R^3 می باشد؟

۱. $\mu = 3x + 2y - z^2$

۲. $\Omega = 3dx - dy$

۳. $\omega = xy^2 dx \wedge dy \wedge dz$

۴. $\theta = 5x^2 dx \wedge dy + y^2 dy \wedge dz + dx \wedge dz$

۱۴- اگر $D=[0,1]\times[0,\pi]\times[0,2\pi]$ یک حجره ۳- بعدی باشد و $\Phi(\gamma,\theta,\varphi)=(x,y,z)$ که

$$0\le\gamma\le1 \quad 0\le\theta\le\pi \quad 0\le\varphi\le2\pi$$

$$\Phi_1(\gamma,\theta,\varphi)=x=\gamma\sin\theta\cos\varphi$$
$$\Phi_2(\gamma,\theta,\varphi)=y=\gamma\sin\theta\sin\varphi$$
$$\Phi_3(\gamma,\theta,\varphi)=z=\gamma\cos\theta$$

همچنین $\omega=dx\Lambda dy\Lambda dz$. در اینصورت $\int_\Phi\omega$ برابر است با:

۱. 0

۲. 2π

۳. $\frac{\pi}{2}$

۴. $\frac{4\pi}{3}$

۱۵- کدامیک جز خواص مشتق خارجی فرمهای هموار نیست؟

۱. $d\omega=0$

۲. $d(\omega_1+\omega_2)=d\omega_1+d\omega_2$

۳. اگر ω یک p- فرم باشد آنگاه $d(\omega\Lambda\theta)=(d\omega)\Lambda\theta+(-1)^p\omega\Lambda d\theta$

۴. $d(d\omega)=0$

۱۶- اگر Q^k یک سادک k- بعدی باشد آنگاه:

۱. Q^0 شامل یک نقطه و یک راس است.

۲. Q^1 شامل یک راس و یک وجه است.

۳. Q^2 شامل دوراس و دو وجه است.

۴. Q^3 شامل سه راس و سه وجه است.

۱۷- این گزاره چه نام دارد؟

"فرمهای بسته در مجموعه های باز و محدب R^n کامل اند"

۱. قضیه استوکس

۲. قضیه فوبینی

۳. لم پوانکاره

۴. قضیه اساس گاوس - دیوژانس

۱۸- کدامیک از گزینه های زیر برقرار نیست؟

۱. اگر T متناوب باشد آنگاه $Alt(T)=T$

۲. $(T\Lambda S)\Lambda R=T\Lambda(S\Lambda R)$

۳. اگر $Alt(T)=0$ آنگاه $T\Lambda S=S\Lambda T=0$

۴. $T\Lambda S=S\Lambda T$

۱۹- اگر $E=R^{2}-\{0\}$ و $\omega=\dfrac{xdy-ydx}{x^{2}+y^{2}}$ آنگاه :

۱. ω در E فقط کامل است.

۲. ω در E فقط بسته است.

۳. ω در E هم کامل و هم بسته است.

۴. ω در E نه کامل است و نه بسته.

۲۰- اگر f تابعی از مجموعه بازی مانند D در R^n به R^m باشد و در $x\in D$ مشتق پذیر باشدو $\{e_1,\ldots,e_n\}$ و $\{u_1,\ldots,u_m\}$ به ترتیب پایه های متعارفی برای R^n و R^m باشند و $1\le j\le n, 1\le i\le m$ ، در اینصورت کدام رابطه برقرار است؟

۱. $f'(x)u_j=\sum_{i=1}^{m}(D_j f_j)(x)e_i$

۲. $f'(x)e_j=\sum_{i=1}^{m}(D_j f_i)(x)u_i$

۳. $f'(x)e_j=\sum_{i=1}^{m}(D_j f_i)(x)e_i$

۴. $f'(x)u_j=\sum_{i=1}^{m}(D_j f_j)(x)u_i$

سوالات تشریحی

۱- هر گاه $T\in\Omega$ ، $S\in L(V)$ و $\|S-T\|<\dfrac{1}{\|T^{-1}\|}$ آنگاه ثابت کنید $S\in\Omega$ ۱،۴۰ نمره

۲- هر گاه X یک فضای متریک کامل باشد و $\Phi:X\to X$ یک انقباض باشد آنگاه ثابت کنید Φ یک نقطه ثابت دارد.یعنی یگانه $x\in X$ موجود است به طوری که $\Phi(x)=X$. ۱،۴۰ نمره

۳- اگر $A=A_1\cup A_2\cup\ldots$ و هر A_i دارای اندازه صفر باشد آنگاه ثابت کنید A با اندازه صفر است. ۱،۴۰ نمره

۴- اگر A یک بازه بسته در R^n باشد و $f:A\to R$ تابعی کراندار باشد که برای هر $\varepsilon\ge 0$ و $a\in A$ داشته باشیم $o(f,a)<\varepsilon$ آنگاه ثابت کنید افرازی از A چون P وجود دارد بطوریکه $U(P,f)-L(P,f)<\varepsilon V(A)$. ۱،۴۰ نمره

۵- ثابت کنید مشتق خارجی هر فرم منحصر بفرد است ۱،۴۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	ج
3	الف
4	الف
5	د
6	ب
7	الف
8	د
9	الف
10	د
11	ب
12	ب
13	ج
14	د
15	الف
16	الف
17	ج
18	د
19	ب
20	ب