

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶) - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها (۱۱۱۴۰۰)

۱- اگر G گرافی ۳- منظم با ۳۰ یال باشد تعداد رأس های آن برابر است با

۱. ۹۰ ۲. ۲۰ ۳. ۶۰ ۴. ۳۰

۲- اگر G گراف ساده P رأسی و $\delta(G) \geq \frac{p-1}{2}$ باشد در این صورت:

۱. G گراف همبند است
۲. G گراف P بخشی کامل است
۳. G گراف دو بخشی است
۴. G گراف کامل است

۳- متمم گراف دوبخشی کامل $K_{3,4}$ چند یال دارد؟

۱. ۲۱ ۲. ۱۲ ۳. ۵ ۴. ۹

۴- گراف کامل K_{12} چند یال دارد؟

۱. ۱۲ ۲. ۶۶ ۳. ۷۲ ۴. ۷۸

۵- اگر G گراف مکعبی با $p \geq 6$ رأس باشد آنگاه

۱. $\frac{3p}{2}$ عددی زوج و ۲ یال دارد
۲. $\frac{2p}{3}$ عددی زوج و ۳ یال دارد
۳. p عددی زوج و $3p$ یال دارد
۴. p عددی فرد و $2p$ یال دارد

۶- گراف مکعب ۸ بعدی چند تا رأس دارد؟

۱. ۲۵۶ ۲. ۵۱۲ ۳. ۱۲۸ ۴. ۱۰۲۴

۷- اگر ۷ و ۳ به ترتیب تعداد رأس ها و ۴ و ۶ به ترتیب تعداد یال های گراف های G_1 و G_2 باشند تعداد یال های گراف

$G_1 \times G_2$ برابر است با

۱. ۵۴ ۲. ۱۰ ۳. ۲۳۸ ۴. ۱۵۴

۸- اگر $G = K_4$ باشد $spec(G)$ کدام است؟

۱. $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۹- طیف گراف $L(K_5)$ کدام است؟

۱. $\begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$.۱ ۲. $\begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.۲ ۳. $\begin{pmatrix} 6 & 9 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.۳ ۴. $\begin{pmatrix} 14 & 9 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.۴

۱۰- اگر G گراف همبندی با $P \geq 3$ رأس و q یال باشد آنگاه

۱. $\omega(G) \leq q$ ۲. $\omega(G) \geq q$ ۳. $\omega(G) \geq p$ ۴. $\omega(G) \leq p$

۱۱- گراف دو بخشی $K_{m,n}$ ($m, n \geq 2$) دارای چند مرکز است؟

۱. mn ۲. $m+n$ ۳. m^n ۴. n^m

۱۲- کدامیک از گراف های زیر هامیلتونی است؟ ($n \geq 2$)

۱. $K_{n,n}$ ۲. $K_{n,2n}$ ۳. $K_{n,n+1}$ ۴. $K_{n+1,n+2}$

۱۳- اگر G یک گراف k -منظم باشد در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱. k یک مقدار مشخصه ی G است.
۲. اگر G همبند باشد k از درجه تکرار ۱ است
۳. قدر مطلق هر مقدار مشخصه گراف G نابیشتر از k است
۴. تعداد بردار های مستقل خطی V که در رابطه $AV = kV$ صدق می کند مساوی k است

۱۴- شعاع گراف دو بخشی $K_{5,7}$ برابر است با

۱. $r(G) = 5$ ۲. $r(G) = 7$ ۳. $r(G) = 2$ ۴. $r(G) = 12$

۱۵- فرض کنید G گراف ۶ رأسی و $\chi(G, \lambda) = \lambda^6 - 6\lambda^4 - 4\lambda^3 + 7\lambda^2 + 4\lambda - 1$ باشد تعداد مثلث های گراف G برابر است با

۱. ۴ ۲. ۶ ۳. ۳ ۴. ۲

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱۶- کدامیک از احکام زیر نادرست است؟

۱. گرافی دو بخشی است اگر و تنها اگر دوری با طول فرد نداشته باشد.

۲.

اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس و درجه هر رأس آن حداقل $\frac{n}{2}$ باشد آنگاه G هامیلتونی است.

۳. هر گراف همبند و ناصفری که نقطه برش نداشته باشد یک گراف جدا ناپذیر است.

۴. اگر گراف G همبند و دارای نقطه برش باشد آنگاه G دارای پل است.

۱۷- اگر G یک گراف همبند باشد در این صورت

۱. $k(G) \leq k'(G) \leq \delta(G)$

۲. $k'(G) \leq k(G) \leq \delta(G)$

۳. $\delta(G) \leq k'(G) \leq k(G)$

۴. $k'(G) \leq \delta(G) \leq k(G)$

۱۸- اگر G یک گراف دوری به طول ۷ باشد عدد کروماتیک G کدام است؟

۱. ۵

۲. ۲

۳. ۳

۴. ۷

۱۹- فرض کنید $v(G)$ عدد تقاطع گراف G باشد در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر G درخت باشد آنگاه $v(G) = 0$

۲. $v(K_5) = 2$

۳. $v(K_{6,3}) = 6$

۴. $v(K_{3,3}) = 1$

۲۰- فرض کنید $M(D)$ ماتریس مجاورت گراف جهت دار D باشد در این صورت

۱. مجموع درایه های هر سطر $M(D)$ مساوی ۲ است.

۲. مجموع درایه های هر ستون $M(D)$ مساوی ۲ است.

۳. مجموع درایه های هر سطر $M(D)$ حداقل ۲ است.

۴. مجموع درایه های $M(D)$ مساوی تعداد یال های D است.

۲۱- اگر W ماتریس گردشی $n \times n$ با سطر اول $[0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]$ آنگاه $\det(w - \lambda I)$ برابر است با

۱. $(-1)^n (\lambda^n + 1)$

۲. $\lambda^n + 1$

۳. $(-1)^n (\lambda^n - 1)$

۴. $\lambda^n - 1$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶) - ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

۲۲- اگر G گراف ساده، نا صفر و $A(G)$ ماتریس مجاورت G باشد آنگاه

$$A(\bar{G}) + A(G) = A(K_n) \quad .۱ \quad A(G) - A(\bar{G}) = A(K_n) \quad .۲$$

$$A(\bar{G}) - A(G) = A(K_n) \quad .۳ \quad A(\bar{G}) - A(G) = A(\bar{K}_n) \quad .۴$$

۲۳- اگر P ، q و r به ترتیب تعداد رأس ها، یال ها و نواحی یک نمایش گراف همبند و مسطح G باشد آنگاه

$$p + q + r = 2 \quad .۱ \quad p + r = 2q \quad .۲ \quad p - q + r = 2 \quad .۳ \quad q + p = 2r \quad .۴$$

۲۴- اگر G گرافی با n رأس و m یال بطوریکه $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ مقادیر مشخصه ی گراف G باشد در این صورت کدام گزینه نادرست است.

$$\lambda_1 \leq \sqrt{\frac{2n(m-1)}{m}} \quad .۴ \quad \lambda_1 \leq \sqrt{\frac{2m(n-1)}{n}} \quad .۳ \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = 2m \quad .۲ \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad .۱$$

۲۵- اگر G گرافی همبند، ساده و مسطح با $p \geq 3$ رأس و q یال باشد آنگاه

$$p \leq 3q - 6 \quad .۱ \quad q \leq 3p - 6 \quad .۲ \quad q \leq 6q - 3 \quad .۳ \quad p \leq 3q + 6 \quad .۴$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- نشان دهید به ازای هر $n \geq 1$ تعداد یال های گراف مکعب n بعدی (Q_n) برابر $n \times 2^{n-1}$ است.

نمره ۱.۷۵

۲- طیف گراف پیترسن یعنی $O_3 = \overline{L(K_5)}$ را محاسبه کنید.

نمره ۱.۷۵

۳- ثابت کنید گراف همبند G جهت پذیراست اگر و تنها اگر پل نداشته باشد.

نمره ۱.۷۵

۴- ثابت کنید اگر $m, n \geq 3$ آنگاه $K_{m,n}$ گراف نامسطح است.