

## کارشناسی (ستی - تجمعی) - جبرانی ارشد

تعداد سوالات: تستی ۲۵ تشریحی: ۵

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

رشته تحصیلی: کد درس: نرم افزار (تجمعی) - نرم افزار (تجمعی) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۷۰

قوری اطلاعات (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸ - ۱۱۱۵۱۴۲ - ۱۱۱۵۱۶۶

مکالمه سوال: یک (۱) استفاده از: --

مجاز است.

تنها با یاد اوست که دلها آرام می‌گیرد.

۱. کدام گزینه صحیح است؟

الف.  $4n^{2.81} + 3n\log n \in \Omega(n^3)$

ب.  $2n^{2n} + 7 \times 2^n \in O(2^n)$

ج.  $2n^2\log n + 3^n n^3 \in O(n^3)$

د.  $3 \times 2^n + 6n \log n \in O(3^n)$

۲. اگر برای توابع  $f(n)$  و  $g(n) \in \Theta(n^2)$  آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

ب.  $f(n) \in \Omega(g(n))$

الف.  $f(n) \in O(n)$

د.  $f(n) \in \Theta(g(n))$

ج.  $f(n) \in \Theta(n^3)$

۳. با استفاده از قضیه اصلی، کدام گزینه در مورد رابطه بازگشتی  $T(n) = 9T(n/3) + n$  صحیح است؟

ب.  $T(n) \in \Theta(n\log_3^n)$

الف.  $T(n) \in \Theta(n\log_{n+3}^n)$

د.  $T(n) \in \Theta(n^2)$

ج.  $T(n) \in \Theta(\log_3^n)$

۴. پیچیدگی زمانی تابع بازگشتی روبرو چیست؟

```
int f(m , n)
{
    if ( n == 1) return (m) ;
    else return(m * f (m , n-1));
}
```

د.  $O(n)$

ج.  $O(mn)$

ب.  $O(m+n)$

الف.  $O(\log n)$

$$\begin{cases} T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2) \\ T(0) = 0, \quad T(1) = 1 \end{cases}$$

۵. مرتبه زمانی تابع بازگشتی روبرو کدام است؟

الف.  $O(4^n)$

ب.  $O(2^n)$

ج.  $O(3^n)$

د.  $O(2n \times \log n)$

۶. در آرایه روبرو متوسط تعداد مقایسه‌ها در جستجوی موفق با استفاده از روش جستجوی دودوئی کدام است؟

|    |    |    |   |   |
|----|----|----|---|---|
| 24 | 17 | 12 | 8 | 5 |
|----|----|----|---|---|

د.  $\frac{12}{5}$

ج.  $\frac{13}{5}$

ب.  $\frac{11}{5}$

الف.  $\frac{9}{5}$

## کارشناسی (ستی - تجمیع) - جبرانی ارشد

تعداد سوالات: تستی ۲۵ تشریحی: ۵

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

رشته تحصیلی: کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰

فهرزی اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - علوم کامپیوتر ۱۱۱۵۱۶۶ - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸

مکده مسایل سوال: یک (۱) -- استفاده از: --

مجاز است.

۷. تابع ادغام (merge) که در مرتب سازی ادغامی (merge sort) برای ادغام دو آرایه مرتب بکار می‌رود از کدام مرتبه است؟

د.  $O(n^2)$

ج.  $O(n \log n)$

ب.  $O(\log n)$

الف.  $O(n)$

۸. با توجه به آرایه زیر، در صورتی که اولین عنصر یعنی عدد ۱۸ را به عنوان عنصر محوری (pivot point) اختیار کنیم، کدام

کزینه خروجی مرحله اول الگوریتم مرتب سازی سریع (quick sort) است؟

|    |    |   |    |    |    |    |
|----|----|---|----|----|----|----|
| ۱۸ | ۲۰ | ۸ | ۳۰ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۵ |
|----|----|---|----|----|----|----|

ب. ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۵, ۱۸, ۲۰, ۳۰

الف. ۱۵, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۸, ۳۰, ۲۰

د. ۸, ۱۱, ۱۰, ۱۸, ۲۰, ۱۵, ۳۰

ج. ۱۱, ۱۰, ۱۵, ۸, ۱۸, ۲۰, ۳۰

۹. در مورد روش تقسیم و حل کدام مورد صحیح نیست؟

الف. در روش پیدا کردن MaxMin با این شیوه، در صورتیکه تعداد عناصر توان صحیحی از ۲ باشد، مقدار  $T(n)$  برابر

$T(n)=2T(n/2)$  خواهد بود.

ب. در صورتیکه مساله ای به اندازه  $n$  به تقریباً  $n$  زیر مسئله با اندازه  $n/c$  تقسیم گردد که در آن  $c$  ثابت است، مرتبه

الگوریتم  $n^{\log n}$  خواهد بود و استفاده از روش تقسیم و حل توصیه نمی‌شود.

ج. در صورتیکه با تقسیم مسئله، زیرمسئله‌ها نیز تقریباً هم اندازه مسئله اصلی باشند، این روش مناسب نیست.

د. شیوه استراسن که نمونه‌ای از روش تقسیم و حل است دارای مرتبه کمتر از  $\Theta(n^3)$  می‌باشد.

۱۰. در حل مساله ضرب اعداد صحیح بزرگ  $U$  و  $V$  با استفاده از روش تقسیم و حل از مقادیر  $p$ ,  $q$  و  $r$  به صورت زیر

استفاده شده است. پیچیدگی زمانی این الگوریتم کدام است؟

$$U = x \times 10^m + y$$

الف.  $O(n^{\log_2 3})$

$$V = w \times 10^m + z$$

ب.  $O(n^{2.81})$

$$p = x \times w$$

ج.  $O(n^2)$

$$q = y \times z$$

$$r = (x + y) \times (w + z) - p - q$$

$$U \times V = p \times 10^{2m} + r \times 10^m + q$$

د.  $O(n \log n)$

تعداد سوالات: سی و پنجم تشریحی: ۵

رشته تخصصی / کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰

فهری اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - ۱۱۱۵۱۴۲ - ۱۱۱۵۰۷۸ - فناوری اطلاعات - ۱۱۱۵۱۶۶ - جبرانی ارشد

مکده مسی سوال: یک (۱) استفاده از: --

مجاز است.

۱۱. الگوریتم زیر چه عملی را انجام می دهد و مرتبه زمانی آن کدام است؟

```
int test (int a[] ; int L, H)
{
    if (L == H) return(a[L]);
    else
    { t1= test (a[], L , (L+H)/2);
      t2= test (a[], ((L+H)/2)+1 , H );
      if (t1 >= t2) return(t1)
      else return(t2);
    }
}
```

الف . بزرگترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه  $O(n)$  است.ب . کوچکترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه  $O(n^2)$  است.ج . مینیمم بین دو ماقزیم را در آرایه پیدا می کند و از مرتبه  $O(n^2)$  است.د . بزرگترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه  $O(log n)$  است.

۱۲. مساله خرد کردن پول را درنظر بگیرید که در آن هدف پس دادن باقیمانده پول مشتری با حداقل تعداد سکه ها است. در

صورتی که با داشتن مجموعه سکه های C بخواهیم باقیمانده پول مشتری را که برابر با ۱۶ ریال است بپردازیم، روش حریصانه برای این مساله کدام زیرمجموعه از سکه ها را به عنوان راه حل انتخاب می کند؟

 $C = \{ 12, 10, 5, 2, 1, 1, 1, 1 \}$ ب.  $\{ 12, 2, 1, 1 \}$ الف.  $\{ 10, 2, 1, 1, 1 \}$ د.  $\{ 10, 5, 1 \}$ ج.  $\{ 12, 1, 1, 1, 1 \}$ 

۱۳. کدام گزینه در رابطه با الگوریتم های پریم و کراسکال برای یافتن درخت پوشای کمینه صحیح است.

الف . در هر دو الگوریتم در قدم اول نیاز است يالها به صورت غیر نزولی مرتب گردند.

ب . الگوریتم پریم در گراف های متراکم بهتر از الگوریتم کراسکال عمل می کند.

ج. الگوریتم کروسکال همواره یک درخت پوشای می نی م ایجاد می کند.

د . الگوریتم پریم دارای مرتبه  $O(n^2 \log n)$  است.۱۴. پنج کار به شرح زیر وجود دارد که در آن  $P_i$  نشان دهنده سود حاصل از کار آم است در صورتی که این کار بعد از زمان  $d_i$ 

انجام نشود، حداقل سود حاصل از اجرای این کارها چقدر است؟

| ۵  | ۴  | ۳  | ۲ | ۱  | i     |
|----|----|----|---|----|-------|
| 12 | 20 | 10 | 8 | 15 | $P_i$ |
| 2  | 1  | 3  | 1 | 2  | $d_i$ |

الف. ۴۷

ب. ۵۵

ج. ۴۳

د. ۴۵

## کارشناسی (ستنی - تجمعی) - جبرانی ارشد

تعداد سوالات: تست ۲۵ تشریحی: ۵

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمعی) - زمان آزمون (دقیقه): تست: ۷۰  
 فناوری اطلاعات (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸  
 مکدمه سوال: یک (۱) استفاده از: --  
 مجاز است.

نام درس: طولی الگوریتم ها - طراحی و تحلیل الگوریتم ها

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمعی) - زمان آزمون (دقیقه): تست: ۷۰  
 فناوری اطلاعات (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - علوم کامپیوتر (تجمعی) - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸  
 استفاده از: --

۱۵. در روش کدگذاری هافمن برای  $n$  عنصر حداقل و حداقل طول یک کد چقدر است (از سمت چپ)?

- الف.  $2, \log n$       ب.  $1, n-1$       ج.  $n-2$       د.  $2, n/2$

۱۶. در گراف زیر الگوریتم دیکسترا با شروع از راس یک در مرحله سوم خود کدام راس از گراف را به عنوان نزدیکترین راس به راس ۱ انتخاب می کند؟ ۴۶۲۷۷۲۶۴۳۴۱۳۵

- الف. راس ۵      ب. راس ۳      ج. راس ۶      د. راس ۴

۱۷. حداقل تعداد ضرب ها برای ضرب ماتریس های زیر کدام است؟  $A_{10 \times 2} \times B_{2 \times 15} \times C_{15 \times 3} \times D_{3 \times 4}$

- الف. ۲۷۰      ب. ۱۸۵      ج. ۱۹۴      د. ۳۳۰

۱۸. تعداد فراخوانی های بازگشتی در الگوریتم روبرو کدام است.

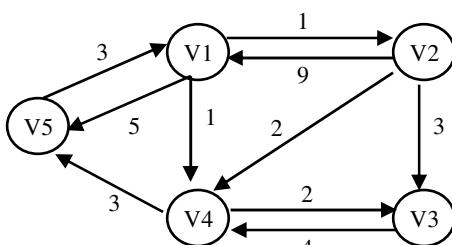
```
int bin (int n , int k)
```

```
{
```

```
    if (k==0 || n==k) return (1);
    else return ( bin (n-1,k-1) + bin (n-1,k));
}
```

- الف.  $\binom{n}{k}$       ب.  $2\binom{n}{k}-1$       ج.  $2\binom{n}{k}-2$       د.  $\binom{n}{k}-1$

۱۹. با توجه به گراف مقابل و بكارگیری الگوریتم فلوید، کوتاهترین مسیر بین V1 تا V3 و V5 تا V3 برابر است با:



- الف. V1 تا V3 برابر ۴ و V5 تا V3 برابر ۷

- ب. V1 تا V3 برابر ۴ و V5 تا V3 برابر ۵

- ج. V1 تا V3 برابر ۳ و V5 تا V3 برابر ۵

- د. V1 تا V3 برابر ۳ و V5 تا V3 برابر ۶

۲۰. در مساله کوله پشتی صفر و یک با پنج شی به صورت زیر در صورتی که ظرفیت کوله پشتی برابر با ۱۲ کیلوگرم باشد، مقدار سود بیشینه چقدر است؟

|     |      |      |      |      |                |
|-----|------|------|------|------|----------------|
| 5   | 4    | 3    | 2    | 1    | i              |
| 7\$ | 12\$ | 20\$ | 30\$ | 35\$ | P <sub>i</sub> |
| 1   | 3    | 2    | 5    | 6    | w <sub>i</sub> |

- الف. ۸۵\$

- ب. ۷۴\$

- ج. ۶۵\$

- د. ۷۲\$

## کارشناسی (ستنی - تجمیع) - جبرانی ارشد

تعداد سوالات: تستی ۲۵ تشریحی: ۵

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰  
 فناوری اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸  
 مکالمه‌سری سوال: یک (۱)  
 استفاده از: --  
 مجاز است.

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰

فناوری اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - جبرانی ارشد ۱۱۱۵۰۷۸

۲۱. در صورتی که (j, i) و (k, l) مختصات دو وزیر در یک صفحه شطرنج  $4 \times 4$  باشند، کدام گزینه هم قطر بودن دو وزیر را تعیین می‌کند.

ب.  $(k-i=j-l)$  or  $(i-k=j-l)$ .

الف.  $(i-j)=(k-l)$  and  $(j-i)=(l-k)$

د.  $(i=k)$  and  $(j=l)$

ج.  $(i-l)=(j-k)$

۲۲. در مساله حاصل جمع زیرمجموعه‌ها هدف پیدا کردن تمام زیرمجموعه‌های ممکن از مجموعه وزن‌های  $w_1, w_2, \dots, w_n$  است که حاصل جمع آنها برابر با مقدار  $W$  باشد. در حل مساله با روش عقبگرد کدام یک از موارد زیر تابع امید بخش (promising) را تشکیل می‌دهد؟

مورد اول:  $weight + total \geq w$

مورد دوم:  $weight \geq w$

مورد سوم:  $weight == w \text{ || } weight + w[i+1] \leq w$

مورد چهارم:  $weight + total = w \text{ && } weight + w[i+1] \leq w$

ب. موارد سوم و دوم

الف. موارد دوم و چهارم

د. موارد اول و چهارم

ج. موارد اول و سوم

۲۳. اصل بهینگی (Principle of optimality) و امکان پذیر بودن (Feasible) به ترتیب در کدام یک از روش‌های زیر مطرح می‌شود؟ (از راست به چپ)

ب. عقبگرد - حریصانه

الف. عقبگرد - برنامه نویسی پویا

د. حریصانه - برنامه نویسی پویا

ج. برنامه نویسی پویا - حریصانه

۲۴. کدام گزینه تفاوت روش انشعاب-تحدید و روش عقبگرد مشخص می‌کند؟

الف. روش عقبگرد بر خلاف انشعاب و تحديد گره امید بخش با بهترین حد را گسترش می‌دهد.

ب. انشعاب و تحديد بر خلاف روش عقبگرد از مرتبه نمائی است.

ج. انشعاب و تحديد بر خلاف روش عقبگرد از روش جستجوی عرضی استفاده می‌کند.

د. روش عقبگرد بر خلاف روش انشعاب و تحديد یک روش پایین به بالا است.

۲۵. مساله فروشنده دوره گرد و مساله رنگ آمیزی گراف به ترتیب متعلق به کدام دسته از مسائل هستند؟ (از راست به چپ)

P, P

NP, P

P, NP

الف. NP, NP

## کارشناسی (ستنی - تجمیع) - جبرانی ارشد

تعداد سوالات: تستی ۲۵ تشریحی: ۵

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۷۰ تشریحی: ۵۰

فرموده اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - فناوری اطلاعات - ۱۱۱۵۱۴۲ - ۱۱۱۵۰۷۸

فرموده اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - ۱۱۱۵۱۶۶ - ۱۱۱۵۰۷۸ - جبرانی ارشد

مجاز است. استفاده از: -- مکالمه سوال: یک (۱)

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها - طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

رشته تخصصی: کد درس: نرم افزار (تجمیع) - زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۷۰ تشریحی: ۵۰

فرموده اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - ۱۱۱۵۱۶۶ - ۱۱۱۵۰۷۸

فرموده اطلاعات (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - ۱۱۱۵۱۴۲ - ۱۱۱۵۰۷۸

مجاز است. استفاده از: -- مکالمه سوال: یک (۱)

### سوالات تشریحی

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ 2T(n/2)+n & n>1 \end{cases}$$

پیچیدگی زمانی آنرا از طریق روش تکرار با

تابع هزینه زیر را در نظر بگیرید:

جایگذاری بدست آورید. (۱ نمره)

۱. الف. الگوریتم مرتب سازی سریع (Quick sort) برای افراز آرایه از تابع  $\text{partition}$  استفاده می‌کند. شبهه کد مربوط به تابع

partition را بنویسید. ب. پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتب سازی سریع (Quick sort) را در بدترین حالت تحلیل نمایید. (۱ نمره)

۲. مساله کوله پشتی کسری (knapsack) را برای  $n$  شی با شماره های ۱ تا  $n$  و یک کوله پشتی با ظرفیت  $W$  در نظر

بگیرید. الف. الگوریتم کاملی به روش حریصانه برای حل این مساله بنویسید. ب. الگوریتم را با فرض اینکه ظرفیت کوله پشتی

(W) برابر با ۴۵ است بر روی نمونه زیر از اشیا به کار برد و جواب بهینه را بیابید. (۱ نمره)

| شماره شی | وزن شی ( $w_i$ ) | سود شی ( $p_i$ ) |
|----------|------------------|------------------|
| ۱        | ۱۶               | \$۱۲             |
| ۲        | ۸                | \$۱۰             |
| ۳        | ۲۵               | \$۵۰             |
| ۴        | ۲۵               | \$۱۵             |
| ۵        | ۱۸               | \$۱۶             |

۳. فرض کنید  $n$  کلید متمایز با مقادیر  $key_1 < key_2 < \dots < key_n$  موجود است و احتمال اینکه کلید  $i$  را جستجو کنند برابر با  $p_i$

است. هدف سازماندهی کلید ها در یک درخت جستجوی دودوئی است بطوریکه زمان جستجوی میانگین (مانگین زمان لازم برای

تعیین موقعیت کلیدها) در این درخت به حداقل برسد. الف. الگوریتم کاملی به روش برنامه نویسی پویا برای حل این مساله

بنویسید.

ب. الگوریتم را بر روی نمونه زیر از مساله اجرا نموده و درخت با زمان جستجوی میانگین کمینه را رسم نمایید. (۲ نمره)

| key <sub>3</sub> =9 | key <sub>2</sub> =7 | Key <sub>1</sub> =4 |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| p <sub>3</sub> =0.2 | p <sub>2</sub> =0.3 | p <sub>1</sub> =0.6 |

۴. مساله رنگ آمیزی گراف را در نظر بگیرید که در آن هدف رنگ آمیزی گره های گراف  $G$  با استفاده از  $m$  رنگ است بطوریکه

هیچ دو گره مجاوری همنگ نباشند. الف. مساله را به روش عقبگرد تحلیل نموده و تابع امید بخش (promising) را برای این

مساله بنویسید. ب. گراف زیر را در نظر بگیرید:  $wv_1xzv$ . فرض کنید بخواهیم این گراف را با سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ

آمیزی کنیم به طوری که گره های مجاور همنگ نباشند. مساله را با روش عقبگرد حل نموده و درخت فضای حالت را رسم

کنید. (۱ نمره)

|     |    |
|-----|----|
| الف | 1  |
| الف | 2  |
| الف | 3  |
| الف | 4  |
| الف | 5  |
| الف | 6  |
| الف | 7  |
| الف | 8  |
| الف | 9  |
| الف | 10 |
| الف | 11 |
| الف | 12 |
| الف | 13 |
| الف | 14 |
| الف | 15 |
| الف | 16 |
| الف | 17 |
| الف | 18 |
| الف | 19 |
| الف | 20 |
| الف | 21 |
| الف | 22 |
| الف | 23 |
| الف | 24 |
| الف | 25 |

# مرکز آزمون کلید سوالات تشریحی (محرمانه)

صفحه: ۱

گذشته: ۱۴۰۲

نام درس: طراحی الگوریتم های احراص و کنترل الگوریتم های

کد درس: ۱۴۰۲۰۷۸

ولسته تخصصی: نرم افزار ساخت اندیادی اطلاعات ملکی دارندگان صنعتی ایران

وقتی: ۱۴۰۲۰۷۸

نیمسال: اول

ترم تابستان: ۱۴۰۲

تاریخ آزمون: ۰۳ مرداد

باور: ۳

نمودار: ۱۰

## پاسخنامه سوالات تشریحی:

### پاسخ سوال ۱ (۱ نمره)

رابطه بالا را آنقدر ادامه می دهیم تا به  $T(n) = \frac{n}{2^i} + i = \log n$  با جایگذاری مقدار  $n$  در رابطه داریم:

$$\begin{aligned} T(n) &= 2T(n/2) + n \\ &= 2^2T(n/4) + 2n \\ &= \dots \\ &= 2^iT(n/2^i) + in \end{aligned}$$

$T(n) \in O(n \log n)$  بنا بر این  $T(n) = 2^{\log n}T(1) + n \log n = n + n \log n$  است.

### پاسخ سوال ۲ ()

الف.

```
void partition(low, high, pivotpoint)
{
    elementtype pivotitem ;
    pivotitem = s[low] ; // chose first item for pivotitem.
    j=low
    for (i=low+1 ; i<=high ; i++)
        if (s[i] < pivotitem)
    {
        j++;
        exchange (s[i] , s[j]);
    }
    pivotitem = j; // put pivotitem at pivotpoint .
    exchange (s[low] , s[pivotpoint]);
}
```

ب. در الگوریتم QuickSort بدترین شرایط زمانی رخ می دهد که در مجموعه داده ها، هیچ دو یا چند مجموعه برابر وجود نداشته باشد و در هر بار فراخوانی `partition`، یک زیرمجموعه حاصل، تهی و زیرمجموعه دیگر شامل کلیه داده ها به استثنای عنصر محوری باشد و این حالت زمانی رخ می دهد که این مجموعه داده ها از قبل مرتب شده باشند. لذا هنگامی که در بالاترین سطح فراخوانی می شود هیچ عنصری در طرف چپ عنصر محوری قرار نمی گیرد و مقداری که برای `partition` مقدار `low` را می گیرد برابر صفر است. به همین ترتیب در فراخوانی های بعدی نیز عنصر محوری مقدار `low` را می گیرد. بنابراین لیست S به طور مکرر به یک زیر لیست خالی در طرف چپ و زیر لیست با یک عنصر کمتر در طرف راست تقسیم بندی می شود لذا در بدترین حالت تابع زمانی به صورت زیر است:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & \text{if } n < 1 \\ T(n-1) + n - 1 & \text{if } n \geq 1 \end{cases}$$

برای این حل رابطه بازگشتی بالا با روش تکرار با جایگذاری خواهیم داشت:  $T(n) = T(n-1) + (n-1) = T(n-2) + (n-2) + (n-1) = T(n-3) + (n-3) + (n-2) + (n-1) = \dots = T(1) + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) = T(0) + 1 + 2 + \dots + (n-1)$

# مرکز آزمون کلید سوالات تشریحی (محرمانه)

نام درست: ..... شماره کارتخانه: ..... کد سری سوال: .....

گذشت: ..... مدت زمان: ..... ساعت: .....

گذشت: ..... مدت زمان: ..... ساعت: ..... ساعتی: .....

سال تهییی: ..... نیمسال: اول ○ ترم تابستان ○ تاریخ آزمون: ..... باره: ..... نموده: ..... مقطع: .....

(+) مجموع این جملات برابر خواهد بود با:  $T(n) = n(n-1)/2$  بنابراین پیچیدگی زمانی برابر است با: QuickSort هنگامی رخ می دهد که داده ها از قبل مرتب شده باشند.

## پاسخ سوال ۳ ()

الف.

Void Greedy knapsack( W , n )

```
{
    Sort(p , w)
    For (i=1 ; i<=n ; i++) X[i]=0; U=W;
    For ( i=1 ; i<=n ; i++)
    {
        If( w[i] > U ) Break;
        X[i]=1; U = U - w[i];
    } If (i<=n) X[i]=U/w[i];
}
```

ب. ظرفیت کوله پشتی را برابر با ۴۵ در نظر بگیرید. ابتدا برای هر شی نسبت  $w_i/p_i$  را محاسبه می کنیم.

| ۱          | ۲         | ۳       | ۴         | شماره شی       |
|------------|-----------|---------|-----------|----------------|
| 12/16=0.75 | 10/8=1.25 | 50/25=2 | 15/25=0.6 | $w_i/p_i$ نسبت |

اشیا را به ترتیب غیر نزولی برحسب  $w_i/p_i$  مرتب می کنیم و در هر مرحله شیء با بالاترین اولویت را انتخاب می کنیم. مراحل آن به صورت زیر می شود: مرحله اول شی سوم انتخاب می شود که امکان پذیر است:  $X[3]=1 W=45-25=20$  مرحله دوم شی دوم انتخاب می شود که امکان پذیر است:  $X[2]=1 W=20-8=12$  مرحله سوم شی پنجم انتخاب می شود و چون وزن آن از ظرفیت باقیمانده کوله پشتی بیشتر است کسری از این شی انتخاب می گردد:  $X[5]=12/18=2/3 W=12-12=0$  بنابراین خروجی الگوریتم برابر با  $(x_1=0, x_2=1, x_3=1, x_4=0, x_5=2/3)$  است و سود حاصل از کوله پشتی برابر است با:  $P=50+10+(2/3*16)=70.56$  نمره

## پاسخ سوال ۴ ()

الف. صفحه ۲۱۶ منبع

ب. درخت بهینه به صورت زیر است:  $Min_{\text{avg}} = 79$  که در آن زمان جستجوی میانگین برابر است با:

$$1 \times 0.6 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.2 = 1.8$$

## پاسخ سوال ۵ ()

الف. یک درخت برای مساله رنگ آمیزی گراف درختی است که در آن هر رنگ ممکن برای راس در سطح آن امتحان می شود. در حل مساله از روش عقبگرد بدین صورت استفاده می کنیم که برای هر گره تابع امید بخش بودن را بکار می بریم. یک گره در صورتی غیر امید بخش است که یک راس مجاور به راس فعلی که در گره جاری رنگ آمیزی می شود، قبلاً با همان رنگ، رنگ آمیز شده باشد تابع  $f(v) = \min_{i \neq c} \max_{v' \in N(v)} f(v')$  می باشد که می بینیم که این تابع امید بخش بودن را بگیرد.

مرکز آزمون  
کلید سوالات تشریحی (محرمانه)

صفحه:

کد سوی سوال:

نام داده: حسین الوریتیمی طارق علی الدینی

کد پرسن:

۱۱۱۱۱۴۲ - ۱۱۱۱۱۷۸ - ۱۱۱۱۱۶۶

نمره:

باره:

سال تحصیلی: نیمسال: اول ○ ترم تابستان ○ تاریخ آزمون:

وقوع:

## پاسخ سوال ۵()

الف. یک درخت برای مساله رنگ آمیزی گراف درختی است که در آن هر رنگ ممکن برای راس  $v$  در سطح آم امتحان می شود. در حل مساله از روش عقبگرد بدین صورت استفاده می کنیم که برای هر گره تابع امید بخش بودن را بکار می بریم. یک گره در صورتی غیرامید بخش است که یک راس مجاور به راس فعلی که در گره جاری رنگ آمیزی می شود، قبلاً با همان رنگ، رنگ آمیزی شده باشد. تابع امید بخش (promising) به صورت زیر است:

```
bool promising ( index i)
{ index j; bool flag; flag = true; j=1;
while( j < i && flag)
{
    if(w[i][j] && vcolor[i] == vcolor[j])
        flag=false; j++;
}
return flag;
```

ب. با فرض اینکه رنگ قرمز را با عدد ۱، رنگ آبی را با عدد ۲ و رنگ سبز را با عدد ۳ نشان دهیم درخت فضای حالت برای این مثال به صورت زیر است:  
 $w = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{matrix}$   
رنگ آبی با علامت (\$) مشخص شده اند. بنابراین راه حل مساله به صورت زیر است:

| نام راس | v    | w   | z   | x   | u    |
|---------|------|-----|-----|-----|------|
| رنگ     | قرمز | آبی | سبز | آبی | قرمز |