



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۳۸۷

۱- مجموعه ماتریس های 2×2 که در آیه های آن اعداد حقیقی اند به همراه اعمال جمع و ضرب ماتریس ها:

۱. حلقه یکدار است. ۲. حلقه جابجایی است. ۳. حلقه تقسیم است. ۴. حلقه ساده است.

۲- هر حلقه نابدیهی:

۱. حداکثر دارای دو زیر حلقه است. ۲. حداقل دارای دو زیر حلقه است.
۳. دقیقاً دارای دو زیر حلقه است. ۴. زیر حلقه نابدیهی ندارد.

۳- کدام درست است؟

۱. هر حلقه تقسیمی حوزه صحیح است. ۲. هر حوزه صحیح یک میدان است.
۳. هر میدان یک حوزه صحیح است. ۴. هر حوزه صحیح یک حلقه تقسیمی است.

۴- فرض کنیم I زیر مجموعه ناتهی از حلقه R باشد. سپس:

۱. هرگاه I زیر گروهی از R باشد، آنگاه I زیر حلقه R است.
۲. هرگاه I زیر حلقه ای از R باشد، آنگاه I ایده الی از R است.
۳. هرگاه I ایده آلی از R باشد، آنگاه I زیر حلقه ای از R است.
۴. هرگاه I زیر گروهی از R باشد، آنگاه I ایده آلی از R است.

۵- ایده آل P از حلقه جابجایی و یکدار R که در آن $P \neq R$ ایده آل اول است هرگاه:

۱. تعداد اعضای P عددی اول باشد. ۲. R/P یک حوزه صحیح باشد.
۳. R/P یک میدان باشد. ۴. P حاصل ضرب دو ایده آل باشد.

۶- عبارت درست کدام است؟

۱. یک میدان ایده آل ماکسیمال ندارد. ۲. در حلقه Z هر ایده آل اول ماکسیمال است.
۳. در حلقه تقسیمی هر ایده آل اول ماکسیمال است. ۴. حلقه Z_{16} یک ایده آل ماکسیمال دارد.

۷- اگر R و S دو حلقه باشند، آنگاه از حلقه R به حلقه S :

۱. حداقل یک همریختی وجود دارد. ۲. دقیقاً یک همریختی وجود دارد.
۳. به تعداد اعضای R همریختی وجود دارد. ۴. به تعداد اعضای S همریختی وجود دارد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۳۸۷

۸- هرگاه $f: R \rightarrow S$ یک همریختی پوشا از حلقه R به حلقه S و $K = \text{Ker } f$ آنگاه:

$$R/K \approx S \quad .4 \quad R \approx S/f(K) \quad .3 \quad R/K \approx R \quad .2 \quad R \approx S \cap f(R) \quad .1$$

۹- اگر $4Z$ و $6Z$ ایده آل های حلقه Z باشند. آنگاه $4Z+6Z$ برابر کدام است؟

$$10Z \quad .4 \quad 2Z \quad .3 \quad 24Z \quad .2 \quad 12Z \quad .1$$

۱۰- فرض کنیم R یک حلقه باشد. عنصر $a \in R$ را منظم می نامیم هرگاه:

۱. وارون پذیر باشد.
۲. مقسوم علیه صفر نباشد.
۳. غیر یکه و ناصفر باشد.
۴. مجموع دو عضو یکه در R باشد.

۱۱- R یک حلقه جابجایی و یکدار و S یک زیر مجموعه بسته ضربی از آن در نظر گرفته، هرگاه $S^{-1}R$ حلقه کسرها R نسبت

به S و P یک ایده آل اول در R باشد. آنگاه $S^{-1}P$:

۱. یک ایده آل اول در $S^{-1}R$ است.
۲. تنها ایده آل ماکسیمال $S^{-1}R$ است.
۳. با شرط $S \cap P = \emptyset$ ایده آل اول $S^{-1}R$ است.
۴. با شرط $S \neq 0$ ایده آل اول $S^{-1}R$ است.

۱۲- دو عضو x و y از یک حلقه جابجایی و یکدار را شریک می نامیم، اگر عضو یکه ای مانند $u \in R$ وجود داشته باشد که:

$$x = uy \quad .1 \quad xy = u \quad .2 \quad u^{-1}x = uy \quad .3 \quad u^{-1}xu = y \quad .4$$

۱۳- در حلقه Z_6 عضو $\bar{3}$:

۱. اول و تحویل ناپذیر است.
۲. اول نیست اما تحویل ناپذیر است.
۳. اول است اما تحویل ناپذیر نیست.
۴. اول نیست و تحویل ناپذیر نیست.

۱۴- عبارت درست کدام است؟

۱. هر حوزه ایده آل اصلی حوزه اقلیدسی است.
۲. هر حوزه تجزیه یکتا حوزه ایده آل اصلی است.
۳. هر حوزه تجزیه یکتا یک حوزه اقلیدسی است.
۴. هر حوزه اقلیدسی یک حوزه تجزیه یکتا است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۳۸۷

۱۵- اگر M یک مدول روی حلقه R باشد و I ایده آلی از R آنگاه:

۱. $\frac{R}{I}$ یک مدول است.

۲. IM زیر مدول سره M است.

۳. M مدول متناهی تولید شده است.

۴. M یک Z -مدول است.

۱۶- اگر G و N دو زیر مدول از R -مدول M باشند. کدام زیر مدولی از M است؟

۱. $G \cup N$ ۲. $G \cap N$ ۳. $G - N$ ۴. $G \Delta N$

۱۷- فرض کنید M یک مدول روی حلقه R باشد. اگر $rm=0$ که در آن $r \in R, m \in M$ آنگاه:

۱. $r=0$ ۲. $m=0$

۳. $r=0$ یا $m=0$ ۴. ممکن است هیچکدام صفر نباشند.

۱۸-

اگر R یک حلقه باشد. رشته $L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N$ از همریختی های R -مدولی را یک رشته دقیق می نامیم هرگاه:

۱. f یک به یک و g پوشا باشد.

۲. $\text{Ker}g$ زیر مدولی از M باشد.

۳. $\text{Im}f$ زیرمدولی از M باشد.

۴. $\text{Im}f = \text{Ker}g$

۱۹-

اگر R یک حلقه و $\{M_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ خانواده ای ناتهی از R -مدولها باشد. در این صورت:

۱. حاصل ضرب مستقیم با حاصل جمع مستقیم (خارجی) برابر است.

۲. حاصل ضرب مستقیم زیر مدولی از حاصل جمع مستقیم (خارجی) است.

۳. حاصل جمع مستقیم زیر مدولی از حاصل ضرب مستقیم (خارجی) است.

۴. حاصل ضرب مستقیم لزوما مدول نیست.

۲۰-

فرض کنیم R یک حلقه باشد. یک رشته دقیق کوتاه از R -مدول ها و R -همریختی ها به شکل $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$

رشته دقیق شکافته شدنی می نامیم. اگر زیر مدولی از M مانند G وجود داشته باشد که:

۱. $M \approx G \oplus L$ ۲. $M \approx G \oplus N$ ۳. $M \approx \text{Ker}(g) \oplus G$ ۴. $L \approx M/G$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۳۸۷

۲۱- یک R -مدول F را آزاد می نامیم هرگاه:

۱. دارای پایه باشد.
۲. متناهی مولد باشد.
۳. دوری باشد.
۴. تنها یک زیر مدول سره داشته باشد.

۲۲- فرض کنیم S یک زیر مجموعه بسته ضربی از حلقه یکدار R و $f: M \rightarrow N$ یک یکرختی از مدول های یکانی باشد. آنگاه

$$S^{-1}f: S^{-1}M \rightarrow S^{-1}N$$

۱. $S^{-1}R$ همریختی است.
۲. $S^{-1}R$ تکریختی است.
۳. $S^{-1}R$ بروریختی است.
۴. $S^{-1}R$ یکرختی است.

۲۳- اگر S یک زیر مجموعه بسته ضربی از حلقه یکدار R و L, N زیر مدول هایی از R -مدول یکانی M باشند. عبارت نادرست کدام است؟

$$S^{-1}(L \cap N) = S^{-1}L \cap S^{-1}N \quad .۲$$

$$S^{-1}(L + N) = S^{-1}L + S^{-1}N \quad .۱$$

$$\frac{S^{-1}M}{S^{-1}N} \approx S^{-1}\left(\frac{M}{N}\right) \quad .۴$$

$$\frac{S^{-1}M}{S^{-1}N} \approx \frac{S^{-1}M}{S^{-1}L} \quad .۳$$

۲۴- حلقه Z به عنوان Z -مدول روی زیر مدول هایش:

۱. دو شرط acc و dcc برقرار است.
۲. تنها شرط acc برقرار است.
۳. تنها شرط dcc برقرار است.
۴. هیچکدام از دو شرط برقرار نیست.

۲۵- فرض کنید I یک ایده آل از یک حوزه ایده آل اصلی باشد سپس حلقه R/I :

۱. نوتری است.
۲. آرتینی است.
۳. متناهی است.
۴. میدان است.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید I و J دو ایده آل از حلقه R باشند. ثابت کنید IJ ایده آلی از حلقه R است.

۱.۷۵ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۳۸۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

۱.۷۵ نمره

۲- فرض کنید R و S دو حلقه و $f: R \rightarrow S$ یک همریختی حلقه ها باشد ثابت کنید:
الف) به ازای هر زیر حلقه L از R ، $f(L)$ زیر حلقه ای از S است.
ب) به ازای هر زیر حلقه K از S ، $f^{-1}(K)$ زیر حلقه ای از R است.
ج) اگر R یکدار با عنصر واحد ۱ باشد، آنگاه $f(1)$ عنصر واحد $f(R)$ است

۱.۷۵ نمره

۳- سومین قضیه یکرختی در مورد مدولها را بیان و آن را ثابت کنید.

۱.۷۵ نمره

۴- فرض کنید M یک مدول روی حلقه R باشد. ثابت کنید M نوتری است اگر و تنها اگر هر زیر مدول M به طور متناهی تولید شده باشد.