

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۰۸۸

-۱ اگر P_1 و P_2 دو افراز $[a, b]$ و $P_1 \subseteq P_2$ ، آنگاه

۱. $L(P_1, f, \alpha) \leq L(P_2, f, \alpha)$ و $U(P_2, f, \alpha) \leq U(P_1, f, \alpha)$

۲. $L(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$ و $U(P_2, f, \alpha) \leq U(P_1, f, \alpha)$

۳. $L(P_1, f, \alpha) \leq L(P_2, f, \alpha)$ و $U(P_1, f, \alpha) \leq U(P_2, f, \alpha)$

۴. $L(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$ و $U(P_2, f, \alpha) \leq U(P_1, f, \alpha)$

-۲ مقدار $\int_0^e e^x d(x) + \int_0^e x d(e^x)$ کدام است؟

۰۴ وجود ندارد.

۰۳ $4e^e - 1$ ۰۲ $4e^e$ ۰۱ $-e^e$ -۳ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{k^2 + n^2}$ برابر مقدار کدام یک از انتگرال های زیر است؟

۰۴ $\int_0^1 \frac{1}{1 + (\frac{1}{x})^2} dx$

۰۳ $\int_0^1 \frac{1}{1 + x^2} dx$

۰۲ $\int_0^1 \frac{n}{x^2 + n^2} dx$

۰۱ $\int_1^2 \frac{1}{1 + x^2} dx$

-۴ در چه صورت $\int_a^b f d\alpha$ حتماً وجود دارد؟۰۲ هرگاه f تابعی کراندار باشد.۰۱ هرگاه α تابعی کراندار باشد.۰۴ هرگاه α تابعی صعودی و f تابعی پیوسته باشد.۰۳ هرگاه α تابعی صعودی و f تابعی کراندار باشد.-۵ اگر $f(x) = x^a$ مقدار عددی $\lim_{n \rightarrow \infty} [\int_a^b f^n(x) dx]^{\frac{1}{n}}$ ، ($0 < a < b$) برابر کدام گزینه است؟۰۲ a^a ۰۱ b^a

۰۴ لزوماً وجود ندارد.

۰۳ b^b -۶ یکی از شرایط برقراری رابطه $|\int_a^b fg d\alpha| \leq (\int_a^b |f|^p d\alpha)^{\frac{1}{p}} (\int_a^b |g|^q d\alpha)^{\frac{1}{q}}$ کدام رابطه است؟

۰۴ $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = 1$

۰۳ $pq = 1$

۰۲ $p + q = 1$

۰۱ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۰۸۸

۷- مقدار $\int_0^4 [x^3 + 1]d[x]$ کدام است؟

۱. ۹ ۲. ۱۱ ۳. ۱۲ ۴. وجود ندارد.

۸- تابع f بر $[a, b]$ پیوسته است و $\frac{1}{2} f^2(x) = \int_a^x f(x) dx$

۱. $f(x) = x^2 + c$ ۲. $f(x) = x - a$ ۳. $f(x) = e^x$ ۴. $f(x) = \frac{1}{2}x + a$

۹- کدام یک از انتگرالهای زیر مطلقاً همگراست؟

۱. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$ ۲. $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ ۳. $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$ ۴. هیچ کدام

۱۰- با کدام شرایط زیر $\int_a^{\infty} f$ قطعاً موجود است؟

۱. g نامنفی، همواره $f \leq g$ و $\int_a^{\infty} g$ موجود باشد.
۲. g نامنفی، همواره $|f| \leq g$ و $\int_a^{\infty} g$ موجود باشد.
۳. همواره $|f| \leq |g|$ و $\int_a^{\infty} g$ موجود باشد.
۴. همواره $f \leq g$ و $\int_a^{\infty} g$ موجود باشد.

۱۱- اگر تابع f با تغییر کراندار باشد کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. f تابعی یکنوا است.
۲. f تابعی کراندار است.
۳. تعداد نقاط ناپیوستگی f حداکثر شمارش پذیر است.
۴. f را می توان به صورت تفاضل دو تابع صعودی و یا نزولی نوشت.

۱۲- کدام یک از توابع زیر بر بازه $[0, 1]$ با تغییر کراندار نیست؟

۱. $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ۲. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
۳. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}$ ۴. $f(x) = x^2 + 1$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۰۸۸

۱۳- فرض کنید a, b دو عدد حقیقی باشند. در این صورت، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر تابع صعودی یا نزولی بر بازه $[a, b]$ ، با تغییر کراندار است.
۲. تابع با تغییر کراندار f بر $[a, b]$ را می توان به صورت یکتا به صورت تفاضل دو تابع صعودی نوشت.
۳. اگر f بر بازه $[a, b]$ دارای مشتق کراندار باشد، آنگاه با تغییر کراندار است.
۴. مجموعه نقاط پیوستگی تابع با تغییر کراندار f و V (تابع تغییر کلی f) بر $[a, b]$ یکی است.

۱۴- فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله اعداد گویای بازه $[0, 1]$ باشد. دنباله $\{f_n\}$ بر $[0, 1]$ را چنین تعریف می کنیم که

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & x \in \{r_1, r_2, \dots, r_n\} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

اگر $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$ ، آنگاه بر $[0, 1]$

۱. برای هر n ، $f_n \notin R$ ، در حالی که $f \in R$
۲. برای هر n ، $f_n \in R$ و همچنین $f \in R$
۳. هم $f \notin R$ و هم $f_n \notin R$ (برای هر n)
۴. برای هر n ، $f_n \in R$ ، در حالی که $f \notin R$

۱۵- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. تابعی حقیقی و پیوسته بر R وجود دارد که هیچ جا مشتق پذیر نیست.
۲. برای هر تابع پیوسته بر بازه $[a, b]$ دنباله ای از چند جمله ایها وجود دارد که به طور یکنواخت به این تابع همگراست.
۳. هرگاه $\{f_n\}$ به طور یکنواخت بر $[a, b]$ کراندار باشد، آنگاه دارای زیر دنباله ای همگراست.
۴. هرگاه X فضایی متریک فشرده و $\{f_n\} \subseteq C(X)$ و $f_n \Rightarrow f$ آنگاه $\{f_n\}$ همپیوسته است.

۱۶- کدام یک از سریهای زیر بر مجموعه داده شده بطور یکنواخت همگرا نیست؟

۱. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}$ بر $[0, \pi]$
۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{x+\frac{1}{2}}}$ بر $[0, +\infty)$
۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ بر R
۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$ بر R

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۰۸۸

۱۷- فرض کنید R شعاع همگرایی $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ روی $|z| < R$ پیوسته است.

۲. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ روی $|z| < R$ کراندار است.

۳. $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ روی $|z| < R$ مشتق پذیر است.

۴. $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n z^{n-1}$ روی $|z| < R$ مشتق پذیر است.

۱۸- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. سریهای توانی $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ و $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^{n-1}$ دارای شعاع همگرایی یکسانند.

۲. سریهای توانی $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ و $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} a_n x^{n+1}$ دارای شعاع همگرایی یکسانند.

۳. اگر R شعاع همگرایی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ باشد و $|x| < R$ آنگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ بطور مطلق همگراست.

۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ دارای شعاع همگرایی $R = 1$ می باشد.

۱۹- تابع E را با ضابطه $E(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ در نظر بگیرید. در این صورت:

۱. $E(1) = 1$

۲. تابع E کراندار است.

۴. تابع E نزولی است.

۳. $E(nx) = (E(x))^n$

۲۰- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$ برابر چند است؟

۲. ۴

۳. ۱

۲. ۱

۱. ∞



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۰۸۸

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید تابع کراندار f به غیر از تعداد متناهی نقطه از نقاط داخلی بازه $[a, b]$ پیوسته و تابع α در نقاط ناپیوستگی f پیوسته باشد، در این صورت $f \in R(\alpha)$.

۲- اگر $f \in R$ و تابعی مانند F باشد به طوری که $F' = f$ ثابت کنید: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

۳- الف) تابع f بر $[0, 1]$ با ضابطه زیر تعریف شده است، ثابت کنید این تابع با تغییر کراندار نیست.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases}$$

ب) ثابت کنید اگر تابع f بر بازه $[a, b]$ صعودی باشد، بر این بازه با تغییر کراندار است.

۴- فرض کنید دنباله $\{f_n\}$ بر مجموعه شمارش پذیر E به طور نقطه وار کراندار باشد. ثابت کنید زیر دنباله ای مانند $\{f_{n_k}\}$ وجود دارد که بر E همگراست.

۵- فرض کنید $C(x) = \frac{E(ix) + E(-ix)}{2}$. ثابت کنید عدد حقیقی و مثبت x وجود دارد به طوری که $C(x) = 0$.