WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. دو بردار مماس که نقطه ی اثر متفاوت و قسمت های برداری برابر داشته باشند را دو بردار موازی می نامیم.

۲. دو بردار مماس که نقطه ی اثر یکسان و قسمت های برداری متفاوتی داشته باشند را دو بردار موازی می نامیم.

۳. شرط لازم و کافی برای آن که دو بردار مماس با هم برابر باشند آن است که نقطه ی اثر آن ها یکسان باشد.

۴. شرط لازم و کافی برای آن که دو بردار مماس با هم برابر باشند آن است که قسمتهای برداری آن ها برابر باشد.

۲- اگر $f = \sin g \quad , \quad g = e^{h} \quad , \quad h = x^2 + y^2 + z^2$ **باشد مقدار** $\frac{\partial f}{\partial x}$ **بر حسب** x **و** y **و** z **برابر است با ...**

۱. $2x \cos (x^2 + y^2 + z^2)$

۲. $e^{x^2+y^2+z^2} \cos (e^{x^2+y^2+z^2})$

۳. $2x\ e^{x^2+y^2+z^2} \cos (e^{x^2+y^2+z^2})$

۴. $2(x + y + z) e^{x^2+y^2+z^2} \cos(e^{x^2+y^2+z^2})$

۳- اگر $W = 2x^2 U_2 - U_3 \ , \ V = xU_1 + yU_2$ **باشد. مقدار میدان برداری** $W - xV$ **در نقطه ی** $P = (-2, 0, 1)$ **برابر است با ...**

۱. $U_1 - 2U_2 + 2U_3$

۲. $-U_1 - 2U_2 - U_3$

۳. $-U_1 + 2U_2 + 2U_3$

۴. $-U_1 + U_2 - U_3$

۴- اگر $f = x^2 - y^2 + z^2 \ , \ \alpha(t) = (\sin t \ , \cos t \ , t)$ **آن گاه مشتق** f **در امتداد** α **برابر است با ...**

۱. $2 \sin 2t$

۲. $2 + 2 \sin 2t$

۳. $2(t + \sin 2t)$

۴. $2(t + 2 \sin 2t)$

WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۵- اگر $\phi = yz\,dx + dz$ و $\psi = sinz\,dx + cosz\,dy$ آن گاه $d(\phi \Lambda \psi)$ برابر است با ...

۱. $(cosz - sinz)dx\,dz$
۲. $y\,cosz\,dx\,dy\,dz$
۳. $z\,dx\,dy + y\,dx\,dz$
۴. $(sinz + cosz)dx\,dy\,dz$

۶- مقدار ۱- فرمی $\phi = x^2 dx - y^2 dz$ روی میدان $V = xU_1 + yU_2 + zU_3$برابر است با ...

۱. $x^3 - y^2 z$
۲. $x^3 - y^3$
۳. $x^2 y - y^2$
۴. $x^3 - z^3$

۷- اگر T یک انتقال در E^3 باشد و نقطه ای مانند P وجود داشته باشد به طوری که T(P)=P آن گاه ...

۱. T یک تبدیل متعامد است.
۲. T دورانی حول نقطه ی P است.
۳. $T^2 = I$
۴. $T = I$

۸- اثر نگاشت $F(u,v) = (u^2 - v^2\ ,\ 2uv)$ بر خم $\alpha(t) = (r\ \cos t\ ,\ r\ \sin t)$ برابر است با ...

۱. $(r^2\ ,\ r^2 \sin t)$
۲. $(r^2 \cos 2t\ ,\ r^2 \sin 2t)$
۳. $(r^2 \cos t\ ,\ r^2 \sin t)$
۴. $(r^2\ ,\ r^2 \sin 2t)$

۹- کدام یک از تبدیلات زیر سو برگردان است؟

۱. انتقال
۲. تقارن
۳. دوران
۴. همه موارد

۱۰- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. اگر میدان برداری Y دارای طول ثابت باشدآن گاه Y' ، Yدر هر نقطه از خم α بر هم عمودند.
۲. میدان برداری Y روی خم α موازی است اگر توابع مختصاتی اقلیدسی آن مضربی از یکدیگر باشند.
۳. میدان برداری شتاب در لحظه بر خم α مماس است.
۴. شرط لازم و کافی برای آن که خم غیر ثابت α خط راست باشد آن است که $\alpha' = 0$ باشد.

WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱۱- تعویض پارامتر خم $\alpha(t)=(\cos t\ ,\ \sin ht\ ,\ t)$ **با تندی ثابت برابر است با ....**

۱. $(\cos h(\sin h\frac{\sqrt{2}}{2}s)\ ,\frac{\sqrt{2}}{2}s,\ \sin \mathrm{h}\frac{\sqrt{2}}{2}s)$

۲. $(\cos h(\sin h^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}s)\ ,\frac{\sqrt{2}}{2}s,\ \sin \mathrm{h}^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}s)$

۳. $(\sin h^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}s,\cosh(\ \sin \mathrm{h}^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}s,\frac{\sqrt{2}}{2}s)$

۴. $(\cosh(\sin h^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}s,(\ \ \sin \mathrm{h}\frac{\sqrt{2}}{2}s),s)$

۱۲- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. شرط لازم و کافی برای آنکه خم α دارای تندی ثابت باشد آن است که شتاب با خم α موازی باشد.

۲. شرط لازم و کافی برای آن که α یک تعویض پارامتر خط راست $t\to p+tq$ باشد آن است که α'' بر خم α مماس باشد.

۳. شرط لازم و کافی برای آن که α یک تعویض پارامتر خط راست $t\to p+tg$ باشد آن است که $\alpha',\ \alpha''$ هم خط باشند.

۴. تعویض پارامتر طول قوس را تغییر نمی دهد.

۱۳- تاب خم $\beta(t)=(\alpha\cos t,\alpha\sin t,bt)$ **برابر است با ....**

۱. $\frac{a}{a^2+b^2}$ ۲. $\frac{b}{a^2+b^2}$ ۳. $\frac{a^2+b^2}{a}$ ۴. $\frac{a^2+b^2}{b}$

WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱۴- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. شرط لازم و کافی برای آن که خم منظم α با $k>0$ یک مارپیچ استوانه ای باشد آن است که نسبت $\frac{k}{\tau}$ ثابت باشد .

۲. شرط لازم و کافی برای آن که خم β با تندی واحد در E^3 با $k>0$ مسطح باشد آن است که τ مثبت باشد.

۳. شرط لازم و کافی برای آن که خم β با تندی واحد در E^3 با $k>0$ مسطح باشد آن است که $0<\tau<1$ باشد.

۴. شرط لازم و کافی برای آن که خم منظم α با $k>0$ یک مارپیچ استوانه ای باشد آن است که نسبت $\frac{\tau}{k}$ ثابت باشد.

۱۵- تقریب فرنه ی خم β در مجاورت $S=0$ برابر است با ....

۱. $\beta(0)+SN_0+K_0\frac{S^2}{2}T_0+K_0\tau_0\frac{S^3}{6}B_0$

۲. $ST_0+K_0\frac{S^2}{2}N_0+K_0\,\tau_0\frac{S^3}{6}B_0$

۳. $\beta(0)+ST_0+K_0\frac{S^2}{2}N_0+K_0\tau_0\frac{S^3}{6}B_0$

۴. $\beta(0)+ST_0+\tau_0\frac{S^2}{2}N_0+K_0\tau_0\frac{S^3}{6}B_0$

۱۶- فرم های همبندی میدان سه وجهی کروی عبارتند از ...

۱. $\omega_{12}=\sin\varphi\,d\theta \quad \omega_{13}=d\varphi \quad \omega_{23}=\cos\varphi\,d\theta$

۲. $\omega_{12}=co\,s\varphi\,d\theta \quad \omega_{13}=d\varphi \quad \omega_{23}=\sin\varphi\,d\theta$

۳. $\omega_{12}=co\,s\varphi\,d\theta \quad \omega_{13}=\ d\theta \quad \omega_{23}=\sin\varphi d\varphi$

۴. $\omega_{12}=\sin\varphi\,d\varphi \quad \omega_{13}=d\theta \quad \omega_{23}=\cos\varphi\,d\varphi$

WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱۷- اگر g **تابعی دیفرانسیل پذیر با مقدار حقیقی روی** E^3 **و** c **یک عدد باشد زیر مجموعه ی** $M: g(x,y,z) = c$ **از** E^3 **هنگامی یک رویه است که ...**

۱. در همه نقاط M $dg = 0$ باشد.
۲. در همه ی نقاط M $dg \neq 0$ باشد.
۳. در همه نقاط M $\frac{\partial g}{\partial z} \neq 0$ باشد.
۴. در همه ی نقاط M $\frac{\partial g}{\partial x} \neq 0$ باشد.

۱۸- عملگر شکلی رویه ی کره برابر است با :

۱. $\frac{v}{r}$
۲. $-\frac{v}{r}$
۳. $\frac{e_2}{r}$
۴. $-\frac{e_2}{r}$

۱۹- اگر فقط یکی از خمیدگی های اصلی رویه M در نقطه ی P برابر صفر باشد آن گاه M در مجاورت P به شکل ..... است.

۱. سهمیگون
۲. زینی
۳. صفحه
۴. ناودانی

۲۰- رویه ی M در E^3 **را ..... می نامیم اگر خمیدگی گاوسی آن صفر باشد و ..... می نامیم اگر خمیدگی متوسط آن صفر باشد.**

۱. هموار – مینیمال
۲. مینیمال – هموار
۳. هموار – ماکسیمال
۴. ماکسیمال – هموار

سوالات تشریحی

۱- (۱.۴۰ نمره) **خم** α **در** E^n **و نگاشت** $\beta = F(\alpha)\ ,\ F: E^n \to E^m$ **نگاره ی خم** α **در** E^m **را در نظر بگیرید در این صورت نشان دهید** $\beta' = F_*(\alpha')$.

۲- (۱.۴۰ نمره) **اگر** $F = (x\cos y\ ,\ x\sin y\ ,\ z)$ **نگاشتی از** E^3 **به** E^3 **باشد و** $P = (2, \frac{\pi}{2}, \pi)$, $V = (2,-1,3)$ **باشند مطلوب است محاسبه ی** $F_*(V_p)$.

۳- (۱.۴۰ نمره) **ثابت کنید شرط لازم و کافی برای آن که خم** β **با تندی واحد در** E^3 **با** $K > 0$ **مسطح باشد آن است که** $\tau = 0$.

WWW.PLC20.IR

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۴- دو خم $\alpha \ , \ \beta : I \to E^3$ با تندی دلخواه را در نظر بگیرید اگر $V_\alpha = V_\beta > 0 \ , \ K_\alpha = K_\beta > 0 \ , \ \tau_\alpha = \pm \tau_\beta$ در این صورت نشان دهید خم های $\alpha \ , \ \beta$ قابل انطابقند. ۱،۴۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر φ یک ۱-فرمی روی M باشد در این صورت به ازای هر دو قطعه مختصاتی x و y از M تساوی $d_x\phi = d_y\phi$ روی ناحیه همپوش $x(D)$ و $y(D)$ برقرار است. ۱،۴۰ نمره