



سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱- کدامیک از گزینه های زیر درست است؟

۱. مجموعه $\{P: P \in Q, p > 0, p^2 < 2\}$ در دارای سوپریمم است.۲. $\exists x > 0 \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (nx \leq y)$ ۳. $\exists y > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (ny \leq 1)$ ۴. اگر p اول باشد آنگاه \sqrt{p} گویا نیست.۲- اگر (a_n) و (b_n) دنباله های کراندار از اعداد حقیقی باشند کدام گزینه درست است؟۱. $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ ۲. $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$ ۳. $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \geq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$ ۴. $\lim_{n \rightarrow \infty} -a_n = - \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$

۳- کدام گزاره زیر برای یک فضای متریک گسسته نادرست است؟

۱. هر مجموعه در آن بسته است.

۲. هر مجموعه بسته و غیرتهی در آن دارای نقطه حدی است.

۳. هر مجموعه تک عضوی در آن باز است.

۴. تنها مجموعه های غیرتهی همبند آن تک عضوی ها هستند.

۴- فرض کنید $a_n = (1 - \frac{1}{n}) \sin \frac{n\pi}{2}$ مقدار $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$ کدام است؟

۱. ۴ -

۲. ۳

۳. صفر

۴. ۱



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۵- کدام سری همگراست؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{p}{e}\right)^n \quad .4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad .3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^n}{n!} \quad .2$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n} \quad .1$$

۶- فضای متریک R با متر معمولی در نظر بگیرید کدام گزینه درست است؟

$$Q \cap (\sqrt{2}, \sqrt{5}) \quad .1 \quad Q \cap (\sqrt{2}, \sqrt{5}) \quad .2 \quad Q \cap (\sqrt{2}, \sqrt{5}) \quad .3 \quad Q \cap (\sqrt{2}, \sqrt{5}) \quad .4$$

$$N \quad .3 \quad \{1, 2, \dots, n\} \quad .4$$

۷- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ صحیح است؟

۱. روی $(0, \infty)$ پیوسته یکنواخت است.

۲. روی $[a, \infty)$ که $a > 0$ پیوسته است ولی پیوسته یکنواخت نیست.

۳. روی $[a, \infty)$ که $a > 0$ پیوسته یکنواخت است.

۴. روی $[a, \infty)$ پیوسته یکنواخت است اگر و تنها اگر $a > 1$.

۸- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر f تابع پیوسته بر فضای فشرده X باشد آنگاه بر X پیوسته یکنواخت است.

۲. اگر $A \subseteq R$ نافرده باشد آنگاه تابع پیوسته بر A موجود است که کراندار نیست.

۳. تصویر مستقیم هر مجموعه بسته در R تحت یک تابع حقیقی پیوسته، بسته است.

۴. $f: X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیرمجموعه فشرده $C \subseteq X$ ، تحدید f بر C پیوسته باشد.

۹- کدام گزینه در مورد پیوستگی تابع حقیقی f درست است؟

۱. از پیوستگی $|f|$ پیوستگی f نتیجه می شود. f^2 پیوستگی f نتیجه می شود.

۲. از پیوستگی f^2 پیوستگی f نتیجه می شود. f^3 پیوستگی f نتیجه می شود.

۳. از پیوستگی f^3 پیوستگی f نتیجه می شود. f^2 پیوسته باشد.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱. حاصل ضرب دو تابع پیوسته یکنواخت، پیوسته یکنواخت است.

۲. اگر f بر $[a, b]$ مشتق پذیر باشد آنگاه f' بر این فاصله نا پیوستگی ساده ندارد.

۳. اگر f تابع برداری بر $[a, b]$ مشتق پذیر باشد آنگاه $c \in (a, b)$ موجود است که $|f(b) - f(a)| \leq |b - a| |f'(c)|$.

۴. قاعده هوییتال برای توابع برداری، مانند توابع حقیقی قابل استفاده است.

۱۱- اگر $f(x) = x|x|$ در مورد مشتق f در صفر چه می توان گفت؟

۱. $f'_+(0) = 0$ و $f'_-(0)$ موجود نیست.

۲. $f'(0) = 0$.

۳. $f'_+(0) = 1$ و $f'_-(0) = -1$.

۴. $f'(0) = 2$.

۱۲- تابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ پیوسته است. کدام گزینه درست است؟

۱. f تابع ثابت است.

۲. به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $\lim_{x \rightarrow n} f(x) = f(n)$.

۳. حد f در هیچ نقطه ای از \mathbb{N} از تعریف نمی شود.

۴. برد f بسته و کراندار است.

۱۳- فرض کنید p, q افرازهای بازه $[a, b]$ و f تابعی کراندار بر $[a, b]$ و α تابع صعودی روی $[a, b]$ باشد آنگاه:

۱. اگر $p \subseteq q$ آنگاه $u(p, f, \alpha) \leq u(q, f, \alpha)$.

۲. اگر $p \subseteq q$ آنگاه $l(q, f, \alpha) \leq l(p, f, \alpha)$.

۳. $l(p, f, \alpha) \leq u(q, f, \alpha)$.

۴. $u(p, f, \alpha) \leq u(p \cup q, f, \alpha)$.

۱۴- اگر f تابعی حقیقی کراندار روی $[a, b]$ باشند آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $f^3 \in \mathbb{R}$ آنگاه ممکن $f \notin \mathbb{R}$ است.

۲. اگر $f \in \mathbb{R}$ آنگاه $f \in \mathbb{R}$.

۳. اگر $f \in \mathbb{R}$ آنگاه $|f| \in \mathbb{R}$.

۴. اگر $f \in \mathbb{R}$ آنگاه $f \circ f \in \mathbb{R}$.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۱۵- کدام تابع، انتگرال پذیر ریمان روی $[0, 1]$ نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \\ 0, & x \neq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad .2$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & x = \frac{m}{n}; (m, n) = 1 \\ 1, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .1$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & x = \frac{m}{n}; (m, n) = 1 \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .4$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{Q} \\ \sin \frac{1}{x}, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .3$$

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 5, & x \in \mathbb{Q} \\ 3-x, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در نظر بگیرید مقدار $\int_0^1 f(x) dx$ کدام است؟

۲ .۴

۱۰ .۳

۴ .۲

۸ .۱

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad .17$$

در چه صورتی تابع انتگرال پذیر ریمان استیلیس نسبت به α روی $[a, b]$ است؟

۴ .۴ α ثابت

۳ .۳ α مشتق پذیر

۲ .۲ α پیوسته

۱ .۱ α صعودی

۱۸- کدام یک از سری های زیر بر R بطور یکنواخت همگراست؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1-x)x^n \quad .4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{x+\frac{1}{2}}} \quad .3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n} \quad .2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} \quad .1$$

۱۹- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر $\sum |f_n|$ همگرای یکنواخت باشد، $\sum f_n$ همگرای یکنواخت است.

۲. اگر $\sum f_n$ همگرای یکنواخت باشد، آنگاه تابع همگرای آن انتگرال پذیر است.

۳. اگر $\sum f_n$ همگرای یکنواخت باشد، آنگاه تابع همگرای آن مشتق پذیر است.

۴. اگر تابع همگرای سری $\sum f_n$ پیوسته باشد، آنگاه f_n ها پیوسته اند.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۲۰- کدام سری بر مجموعه داده شده بطور یکنواخت همگرا نیست؟

$$R \text{ بر } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \quad .2$$

$$R \text{ بر } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^p} \quad .1$$

$$[0, \infty) \text{ بر } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{x+1/2}} \quad .4$$

$$R \text{ بر } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)} \quad .3$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) مجموعه فشرده را تعریف کنید.
ب) اگر فضای متریک M فشرده باشد آنگاه هر زیر مجموعه نامتناهی E از M دارای نقطه حدی (انباشتی) در M است.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و f تابعی پیوسته از X به Y باشد اگر $F \subseteq X$ فشرده باشد ثابت کنید $f(F)$ فشرده است.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید f بر $[a, b]$ دارای مشتق متناهی است، $f(a) = f(b) = 0$ ثابت کنید به ازای هر عددی λ مانند $a < c < b$ وجود دارد که $f'(c) = \lambda f(c)$

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و نامنفی است اگر x_0 در بازه (a, b) باشد که $f(x_0) > 0$ آنگاه نشان دهید که $\int_a^b f(x) dx > 0$.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید (f_n) دنباله ای از توابع بر X باشد بطوریکه:

الف) $f_n \rightarrow f$

ب) دنباله (f_n) نزولی است

ج) هر f_n و f پیوسته است

د) X فشرده است

نشان دهید $f_n \Rightarrow f$