

کارشناسی و کارشناسی ارشد

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۱۰۷۴)

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

جدول سیمپلکس زیر را در نظر بگیرید.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R.H.S
$c_j - z_j = \bar{c}_j$	-۴	-۳	۰	۰	۰	-۳	
x_3	-۱	+۲	۱	۰	۰	-۲	۱۰
x_4	-۲	۰	۰	۱	۰	۳	۲
x_5	-۳	-۴	۰	۰	۱	۴	۸

اگر مسئله از نوع ماکزیم نمودن باشد، در اینصورت به چهار سوال زیر پاسخ دهید:

۱- نقطه راسی متناظر جدول سیمپلکس فوق کدام گزینه است؟

۱. $(0, 0, 10, 2, 8, 0)$ ۲. $(10, 2, 8, 0, 0, 0)$ ۳. $(0, 0, 0, 10, 2, 8)$ ۴. $(10, 0, 2, 0, 8, 0)$

۲- با توجه به جدول سیمپلکس فوق، معادلات $Ax = b$ متناظر کدام است؟

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_6 = 10 & \cdot 2 \\ -2x_1 + x_4 + 3x_6 = 2 \\ -3x_1 - 4x_2 + x_5 + 4x_6 = 8 \\ x_j \geq 0 \text{ for } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 10 + x_1 & \cdot 1 \\ x_4 = 2 + 2x_1 \\ x_5 = 8 + 8x_1 \\ x_j \geq 0 \text{ for } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 - 2x_2 = 10 & \cdot 4 \\ x_4 + 3x_6 = 2 \\ x_5 + 4x_6 = 8 \\ x_j \geq 0 \text{ for } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 + 2x_2 = 10 & \cdot 3 \\ x_4 = 2 \\ x_5 + 4x_6 = 8 \\ x_j \geq 0 \text{ for } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases}$$

۳- با توجه به جدول فوق، x_2 در چه بازه ای قرار می گیرد؟

۱. $0 \leq x_2 < \infty$ ۲. $0 \leq x_2 \leq 8$ ۳. $0 \leq x_2 \leq 5$ ۴. $0 \leq x_2 \leq \frac{2}{3}$

۴- با توجه به جدول سیمپلکس، متغیر x_6 در چه بازه ای قرار می گیرد؟

۱. $0 \leq x_6 < \infty$ ۲. $0 \leq x_6 \leq 8$ ۳. $0 \leq x_6 \leq 5$ ۴. $0 \leq x_6 \leq \frac{2}{3}$

کارشناسی و کارشناسی ارشد

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۱۰۷۴)

۵- اگر S یک مجموعه باز باشد، کدام گزینه در مورد مسئله ی زیر صحیح می باشد؟

$$Max : Z = cx \quad , \quad x \in S$$

۱. مساله فوق فاقد جواب بهینه است.
 ۲. مساله فوق دارای جواب بهینه است.
 ۳. جواب بهینه مساله فوق چندگانه است.
 ۴. جواب مساله فوق بی کران است.

۶- در مورد یک مسئله برنامه ریزی صحیح کدام گزینه صحیح می باشد؟

۱. هر مسئله برنامه ریزی صحیح دارای بی نهایت جواب می باشد.
 ۲. هر مسئله برنامه ریزی صحیح را می توان به صورت برنامه ریزی صفر - یک تبدیل کرد.
 ۳. هر مسئله برنامه ریزی صحیح یک مسئله غیر خطی است.
 ۴. هر مسئله برنامه ریزی صحیح دارای تعداد محدودی جواب می باشد.

مسئله برنامه ریزی زیر را در نظر بگیرید.

$$Max : Z = 7x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 8x_4$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 \\ \text{or} \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 \geq 9 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

در اینصورت به دو سوال زیر پاسخ دهید:

۷- کدام گزینه در مورد این مساله صادق است؟

۱. این مساله یک مساله خطی است.
 ۲. این مساله یک مساله نشدنی است.
 ۳. فضای شدنی مساله محدب است.
 ۴. فضای شدنی مساله غیر محدب است.

۸- محدودیتهای مسئله فوق، معادل با کدام یک محدودیت های زیر می باشد؟

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 + My_1 & .1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 \geq 9 + My_2 \\ y_1 + y_2 = 0 \text{ or } 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - My \leq 7 & .2 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 + 7x_4 + My \leq -9 + M \\ y = 0 \text{ or } 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 + My & .3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 \geq 9 + M(1 - y) \\ y = 0 \text{ or } 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - My \leq 7 & .4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 - My \leq -9 \\ y = 0 \text{ or } 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

مسئله برنامه ریزی دودویی محض زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 7x_2 - x_3 + 4x_4 - 5x_5 + 8x_6$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 \leq 17 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 8x_5 - x_6 \geq 4 \\ x_i = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{cases}$$

می خواهیم این مسئله را با الگوریتم جمعی حل نماییم، به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۹- تعداد کل جواب های شدنی برای مسئله فوق کدام است؟

۶۴ .۴

۳۲ .۳

۱۶ .۲

۸ .۱

۱۰- تغییر متغیر در کدام یک از متغیرهای زیر اعمال می شود؟

 x_1, x_2, x_4, x_6 .۴

 x_3, x_4, x_5, x_6 .۳

 x_3, x_5 .۲

 x_1, x_2 .۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۱۰۷۴)

۱۱- بعد از اعمال تغییر متغیر، تابع هدف این مسئله کدام گزینه است؟

$$\text{Max : } W = 2x_1' + 7x_2' - x_3 + 4x_4' - 5x_5 + 8x_6' \quad .1$$

$$\text{Max : } W = 2x_1 + 7x_2 + x_3' + 4x_4 + 5x_5' + 8x_6 \quad .2$$

$$\text{Min : } W = -2x_1 - 7x_2 + x_3' - 4x_4 + 5x_5' - 8x_6 \quad .3$$

$$\text{Min : } W = 2x_1' + 7x_2' + x_3 + 4x_4' + 5x_5 + 8x_6' \quad .4$$

۱۲- پس از اعمال تغییر متغیرها، محدودیت های مسئله در کدام گزینه صدق می کند؟

$$\begin{cases} -x_1' - 2x_2' + 3x_3 - 4x_4' + 5x_5 - 6x_6' + s_1 = 4 \\ 3x_1' - x_2' + 2x_3 - x_4' - 8x_5 - x_6' + s_2 = -4 \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 + s_1 = 17 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 8x_5 - x_6 + s_2 = 4 \end{cases} \quad .2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3' + 4x_4 - 5x_5' + 6x_6 + s_1 = 9 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3' - x_4 + 8x_5' - x_6 + s_2 = 4 \end{cases} \quad .3$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2' + 3x_3 + 4x_4' + 5x_5 + 6x_6' + s_1 = 17 \\ 3x_1 + x_2' + 2x_3 + x_4' + 8x_5 + x_6' + s_2 = 4 \end{cases} \quad .4$$

مسئله برنامه ریزی غیر خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max : } f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 3x_1^2 + 2x_2^3 + 5x_3^4 + 7x_4^5$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 4x_1 + 5x_2^2 + 3x_3^3 + 2x_4^2 \leq 100 \\ x_i \in N \end{cases}$$

اگر مسئله فوق با برنامه ریزی پویا و با روش پسر و حل شود، به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۳- تعداد مراحل و تعداد مؤلفه های بردار حالت، برای این مسئله کدام گزینه است؟

۱. ۱ مرحله و ۴ مؤلفه ۲. ۴ مرحله و ۱ مؤلفه ۳. ۱ مرحله و ۱ مؤلفه ۴. ۴ مرحله و ۴ مؤلفه

۱۴- تابع هدف در مرحله ی اول کدام است؟

۱. $2x_4^2$ ۲. $3x_1^2$ ۳. $7x_4^5$ ۴. $4x_1$

کارشناسی و کارشناسی ارشد

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۱۰۷۴)

۱۵- متغیر مرحله اول، چه مقادیری می تواند بگیرد؟

۱. 1, 2, 3, 4, 5 ۲. 1, 2, 3, ..., 25 ۳. 1, 2, 3, ..., 100 ۴. 1, 2, 3, ..., 30

۱۶- کدام گزینه در حل یک مساله با استفاده از روش برنامه ریزی پویا صحیح می باشد؟

۱. یک مسئله n متغیره، به یک مسئله n متغیره تبدیل می گردد.
 ۲. n مسئله یک متغیره، به یک مسئله n متغیره تبدیل می گردد.
 ۳. n مسئله یک متغیره، به n مسئله یک متغیره تبدیل می گردد.
 ۴. یک مسئله n متغیره، به n مسئله یک متغیره تبدیل می گردد.

۱۷- اگر ماتریس هسیان در نقطه x^0 ی پایداری x^0 نامعین باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد نقطه x^0 صحیح می باشد؟

۱. ماکزیمم است. ۲. می نیمم است. ۳. زین اسبی است. ۴. نقطه عادی است.

مسئله زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_1x_3^2$$

$$x_1x_3 + 2x_2 + x_2^2 = 11$$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_3^2 = 14$$

فرض کنید نقطه $x^0 = (1, 2, 3)$ یک نقطه شدنی باشد. قرار دهید $Z = x_2$ و $y = (x_1, x_3)$ در اینصورت به سه سوال زیر پاسخ دهید:

۱۸- مقدار $\nabla_y f(x)$ در نقطه $x^0 = (1, 2, 3)$ کدام گزینه است؟

۱. 12 ۲. $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 47 \\ 30 \end{pmatrix}$

۱۹- ماتریس کنترل C در x^0 کدام گزینه است؟

۱. 12 ۲. $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ ۴. (47, 30)

۲۰- ماتریس ژاکوبی J در x^0 کدام است؟

۱. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 47 & 6 \\ 30 & 2 \end{pmatrix}$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) جهت‌های راسی ناحیه شدنی X را بیابید

$$X = \{(x_1, x_2) \mid -x_1 + x_2 \leq 1, -2x_1 + 3x_2 \leq 6, x_1, x_2 \geq 0\}$$

ب) با استفاده از قضیه نمایش نشان دهید اگر S یک ناحیه کران دار شدنی یک مساله برنامه ریزی خطی باشد، آنگاه هر نقطه شدنی در S را می توان بصورت ترکیب محدب از نقاط راسی می توان نوشت

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید در یک مسئله برنامه ریزی مختلط، معادله برش مختلط برای سطر منبع k ام، از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$s_k - \left\{ \sum_{j \in J^+} \alpha_k^j \omega_j + \frac{f_k}{f_k - 1} \sum_{j \in J^-} \alpha_k^j \omega_j \right\} = -f_k$$

و $J^+ = \{j \mid \alpha_k^j \geq 0\}$ که در آن $J^- = \{j \mid \alpha_k^j < 0\}$

۱.۴۰ نمره

۳- مسئله برنامه ریزی صحیح زیر را با استفاده از الگوریتم کسری حل کنید.

$$\text{Min} : Z = -3x_1 - 4x_2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 11x_2 \leq 66 \\ x_1, x_2 \in N \cup \{0\} \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

۴- فروشنده ای قصد دارد از یک شهر اجناسی را خریداری و در شهر دیگر آنها را به فروش برساند. این فرد می خواهد با دوچرخه این خریداری را انجام و اجناس خریداری شده را با کوله پشتی حمل نماید. اگر در کوله پشتی نتوان بیش از ۱۰ کیلوگرم جنس قرار داد، با توجه به برنامه ریزی پویا نشان دهید که فروشنده از هر جنس به چه تعداد بایستی خریداری کند تا بیشترین سود را به دست آورد؟ (میزان سود و وزن هر جنس در جدول زیر آمده است.)

وزن (کیلوگرم)	سود (۱۰۰۰ تومان)	یک بسته شکلات	یک بسته شیشه عطر	یک جعبه خودکار
۳	۴۰	۵۰	۴	۵
۴۰	۶۰			

کارشناسی و کارشناسی ارشد

حضرت علی(ع): دانش راهبر نیکویی برای ایمان است

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: تحقیق در عملیات ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۱۰۷۴)

۱۴۰ نمره

۵- جواب بهینه مساله برنامه ریزی غیرخطی زیر را با استفاده از روش لاگرانژ به دست آورید.

$$\text{Max} : f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$